

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA
DINÂMICA LONGITUDINAL DE UM MICROTATOR¹
MATHEMATICAL MODELING AND COMPUTATIONAL SIMULATION OF
THE LONGITUDINAL SMALL TRACTOR DYNAMICS**

Edson Baal², Antonio Carlos Valdiero³, Luiz Antônio Rasia⁴

¹ Pesquisa relacionada à Mecanização da Agricultura Familiar realizada no Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da Unijuí.

² Docente do Instituto Federal do Rio Grande do Sul, discente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática nível Mestrado da Unijuí.

³ Docente do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da Unijuí, orientador, líder do grupo de pesquisa Projeto em Sistemas Mecânicos, Mecatrônica e Robótica.

⁴ Docente do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da Unijuí.

Resumo

Este trabalho apresenta a modelagem matemática e simulação computacional da dinâmica longitudinal de um microtrator para a agricultura familiar. Atualmente existe uma grande demanda de soluções de automação de baixo custo para aplicações na agricultura familiar com o propósito de melhoria das condições de ergonomia, segurança e produtividade. Dentro deste contexto, o protótipo do microtrator foi desenvolvido na Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUI, Campus Panambi, e como continuidade ao trabalho, pretende-se avaliar os parâmetros envolvidos na dinâmica. Para elaborar o modelo matemático utilizou-se a técnica da caixa branca, baseando-se nas leis físicas que envolvem o sistema, principalmente a segunda lei de Newton, assim obteve-se uma equação diferencial ordinária linear de segunda ordem não homogênea. Elaborou-se um diagrama de blocos no programa Matlab / Simulink que descreve o modelo matemático, considerando os parâmetros e variáveis do sistema. Realizou-se diversas simulações computacionais, sendo possível determinar o movimento longitudinal do microtrator em função do tempo. Além disso, com este estudo foi possível analisar outros aspectos de desempenho, tais como velocidade, força de tração máxima e força de tração efetiva atuante nas rodas, além da potência consumida do motor. Esses resultados, em continuidade à pesquisa, serão utilizados para tornar o microtrator um veículo autônomo. Através da modelagem matemática, aliada a simulação computacional foi possível articular teoria e prática em torno de uma situação real, sendo uma ferramenta indispensável na resolução de problemas da área de Engenharia.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Microtrator. Deslocamento longitudinal.

Abstract

This work presents the mathematical modeling and computational simulation of the longitudinal

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

small tractor dynamics of family agriculture. Currently there is a great demand for low cost automation solutions for applications in family agriculture with the aim of improving the ergonomics conditions, safety and productivity. In this context, the prototype of the small tractor was developed at the Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUI, in Panambi town, and as continuity of work, we intend to evaluate the parameters involved in the dynamics. To elaborate the mathematical model, the white box technique was used, based on the physical laws that surround the system, mainly Newton's second law, thus obtaining a non-homogeneous second-order linear differential equation. We developed a block diagram in the Matlab / Simulink software that describes the mathematical model, considering the parameters and variables of the system. Several computational simulations were performed, being possible to determine the small tractor longitudinal movement as a time function. In addition, with this study it was possible to analyze other performance aspects such as speed, maximum traction force and effective traction force acting on the wheels, besides power consumed by the engine. These results, in continuity to research, will be used to make the small tractor an autonomous vehicle. Through mathematical modeling, allied to the computer simulation, it was possible to articulate theory and practice around a real situation, being an indispensable tool in the resolution of Engineering problems

Keywords: Mathematical modeling. Small tractor. Longitudinal movement.

1 INTRODUÇÃO

A automação e a robótica estão cada vez mais presentes na agricultura, segundo Lopes et al. (2017) processos como a poda de árvores e a aplicação de defensivos agrícolas já são realizados com o auxílio de robôs. Porém as mais modernas soluções tecnológicas em termos de agricultura de precisão estão restritas as propriedades agrícolas de grande porte devido aos elevados custos envolvidos (OLIVEIRA et al., 2016).

No Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI), localizado no Campus de Panambi-RS, desenvolveu-se um microtrator modular para utilização na agricultura familiar (VALDIERO et al., 2008). Em continuidade ao trabalho, busca-se obter e analisar parâmetros de desempenho do equipamento visando o aperfeiçoamento do projeto do produto.

O microtrator é um equipamento de baixo custo pensado em suprir as necessidades específicas dos agricultores familiares. Essas necessidades muitas vezes sequer são consideradas pelos grandes fabricantes de equipamentos agrícolas, resultando em um lapso de soluções de equipamentos para esse público.

Simular o deslocamento do microtrator em relação ao tempo através da modelagem matemática economiza tempo e recursos que seriam necessários em testes de campo. Além disso permite analisar situações próprias do funcionamento do equipamento.

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

Bassanezi (2006, p. 24) destaca que a "Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com finalidade de previsão de tendência. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual".

Alguns trabalhos abordam a simulação do deslocamento de veículos. Kinalski et al. (2017) apresentam um modelo matemático para descrever a trajetória de um veículo autônomo através de um sistema de equações polinomiais que consideram posição, velocidade, aceleração e derivada da aceleração.

Regner et al. (2017) apresentam a modelagem matemática e simulação computacional do deslocamento de um veículo autônomo, onde utilizou-se a técnica da caixa branca, a qual exige que se conheça as relações matemáticas que descrevem os fenômenos envolvidos. Essa técnica aplica-se nesta pesquisa, onde são utilizadas as leis da Física, em especial a segunda lei de Newton, que relaciona a massa de um corpo, a aceleração e o somatório das forças que agem sobre ele.

Nesse sentido, o principal objetivo deste estudo é representar o modelo matemático de uma situação real que envolve posição em relação ao tempo, ou seja, trata da evolução de uma variável contínua em relação a outra variável contínua. Segundo Bassanezi (2004, p. 124) em situações como esta, a utilização de uma equação diferencial ordinária é adequada.

Para as simulações computacionais utilizou-se o programa Matlab / Simulink, o qual é uma ferramenta didática e funcional para a análise de sistemas dinâmicos, pois a modelagem e simulação são realizadas com o auxílio de uma biblioteca de blocos pré-definidos, passíveis de personalização, possibilitando assim um melhor entendimento da situação de estudo (PALM III, 2011).

A seção 2 apresenta a metodologia adotada neste trabalho. Na seção 3 são apresentados os resultados e discussões. As considerações finais e as perspectivas futuras estão na seção 4 e por fim têm-se as referências bibliográficas.

2 METODOLOGIA

Para a análise dinâmica, considera-se o microtrator um corpo rígido que se move ao longo de uma linha horizontal que podemos chamar de eixo "x" (CHEN, 2016, p. 35).

Para formular o modelo matemático, utilizou-se a técnica da caixa branca. Segundo Aguirre (2007, p. 36), essa técnica é conhecida como modelagem pela física ou natureza, ou ainda modelagem conceitual. Uma das premissas da modelagem caixa branca é o conhecimento das leis físicas que envolvem o sistema em estudo.

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

Os parâmetros foram obtidos através de medições, cálculos, simulações e estimativas. A massa do veículo foi medida. A força de tração atuante foi obtida a partir de simulações, já a força de tração máxima foi calculada. O valor do coeficiente de atrito viscoso foi estimado devido a dificuldades para obter a densidade do ar, parâmetro este necessário na determinação do coeficiente de atrito viscoso.

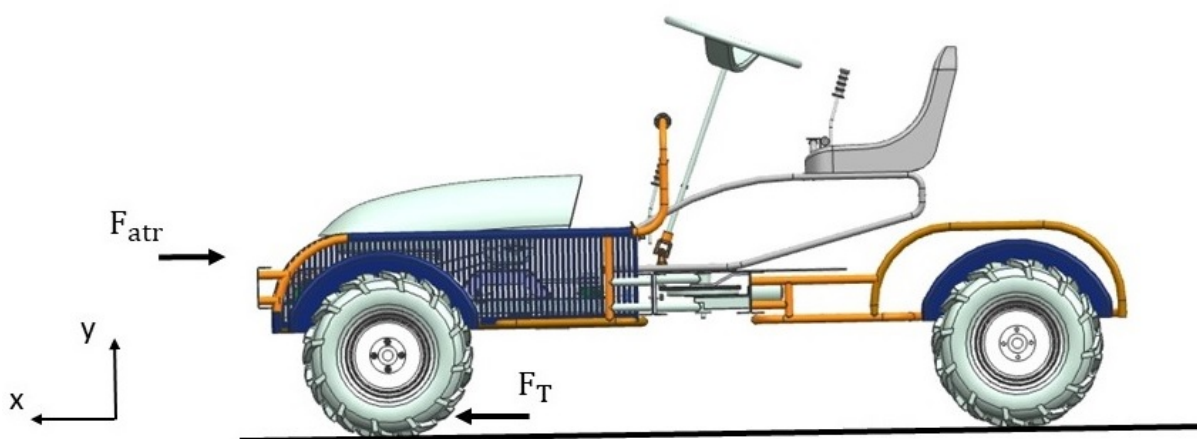
Para realizar a simulação do deslocamento do microtrator, foi elaborado um diagrama de bloco no programa Matalab / Simulink, a partir de uma equação diferencial ordinária linear de segunda ordem não homogênea que descreve a situação do estudo.

A partir da execução do digrama de blocos, foram laçados os parâmetros da massa, força de tração e coeficiente de atrito viscoso no Matlab. Realizaram-se as simulações computacionais, representações gráficas e posteriormente as análises dos resultados e considerações finais apresentadas nos itens seguintes deste artigo.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção apresenta-se a modelagem dinâmica do deslocamento longitudinal do microtrator. De acordo com Rill (2012, p.228), quando o veículo está em movimento há a atuação da força de tração e da força de resistência do ar, que agem em sentidos contrários, conforme mostra a figura 1. Além disso a força de resistência do ar depende do atrito viscoso do ar e da velocidade do veículo.

Figura 1 - Representação do microtrator e as forças atuantes durante o movimento



Fonte: Autores

Assim o comportamento dinâmico do microtrator é descrito por uma equação diferencial ordinária de segunda ordem não homogênea, conforme segue:

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

$$\Sigma F_x = m \cdot \ddot{x} \quad (1)$$

Onde ΣF_x é a resultante das forças que agem no eixo x, F_T e F_{atr} .

Segund Rill (2012, p. 228) o módulo resultante das forças que agem em um corpo é igual a massa desse corpo multiplicada pela sua aceleração. Esse enunciado é descrito pela segunda lei de Newton. Assim, na equação (2), a resultante das forças F_T e F_{atr} é igual a massa do veículo (m) multiplicada pela sua aceleração, sabendo-se que a aceleração é a derivada segunda do deslocamento ($\ddot{x}$).

$$F_T - F_{atr} = m \cdot \ddot{x} \quad (2)$$

A força de atrito depende do coeficiente de atrito viscoso e da velocidade do veículo, sendo que a velocidade é a derivada primeira do deslocamento, temos a equação (3) para a força de atrito.

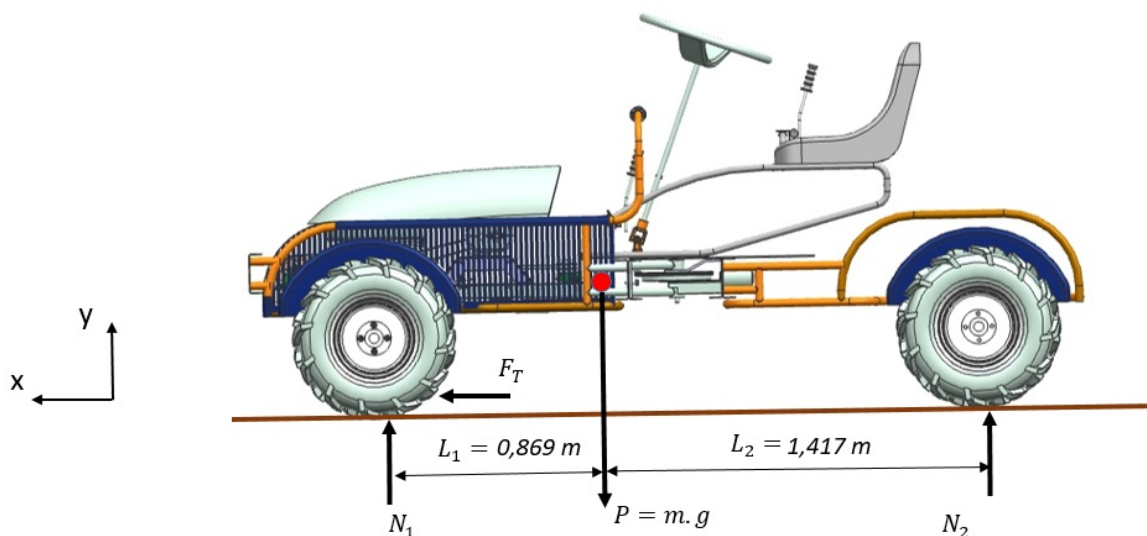
$$F_{atr} = C_D \cdot \dot{x} \quad (3)$$

Substituindo a equação (3) na equação (2) e isolando a aceleração, tem-se a equação (4).

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \cdot (F_T - C_D \cdot \dot{x}) \quad (4)$$

A força de tração é máxima determinada considerando as grandezas físicas do protótipo do microtrator, conforme ilustra a figura 2.

Figura 2 - Grandezas físicas do microtrator



Fonte: Autores

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

A força peso (P) atua no centro de massa do microtrator, as forças normais (N_1 e N_2), as distâncias L_1 e L_2 são as posições das rodas em relação ao centro de massa. A força de tração é aplicada nas duas rodas dianteiras, sendo responsável pelo movimento do veículo. Essa força deve ser menor que o módulo da força normal (N_1) multiplicado pelo coeficiente de atrito estático (μ) entre a roda e a superfície de contato, conforme equação (5).

$$F_T < \mu \cdot N_1 \quad (5)$$

Assim a força de tração máxima é dada pela equação (6), considera-se $\mu=1$.

$$F_{Tmax} = \mu \cdot N_1 \quad (6)$$

A força normal N_1 é calculada a partir do somatório dos momentos em relação a roda dois, conforme as equações (7), (8) e (9).

$$\Sigma M_2 = 0 \quad (7)$$

$$m \cdot g \cdot L_2 - N_1 \cdot (L_1 + L_2) = 0 \quad (8)$$

$$N_1 = \frac{m \cdot g \cdot L_2}{L_1 + L_2} \quad (9)$$

A massa do microtrator é $m = 256 \text{ kg}$, considera-se a aceleração da gravidade $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Portanto a força normal (N_1) bem como a força de tração máxima (F_{Tmax}) são iguais a 1556,7 newtons.

A força de tração máxima (F_{Tmax}) é um parâmetro importante a ser considerado na simulação computacional do deslocamento do microtrator, pois indica o valor máximo que pode ser aplicado sem que ocorra o patinamento das rodas do veículo.

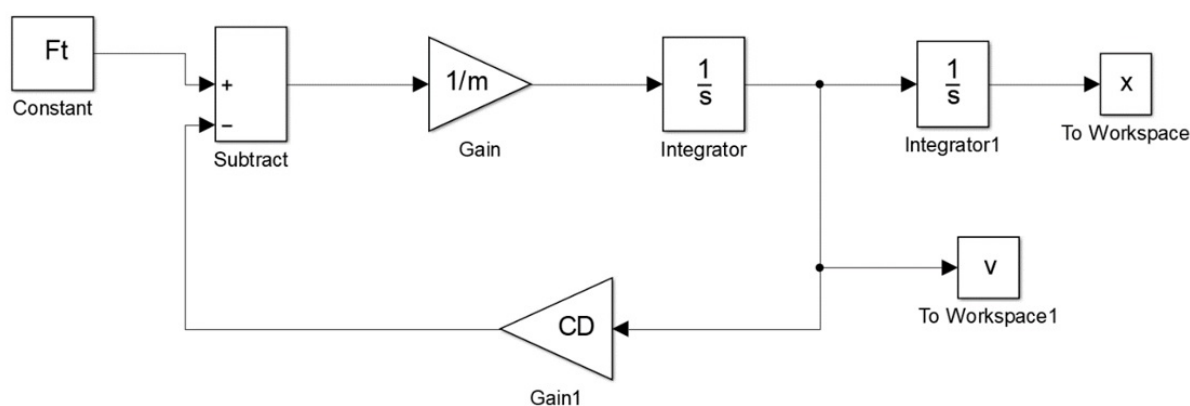
Conforme Baal (2008, p. 57), devido à rotação do motor e ao sistema de transmissão de potência, a velocidade máxima que o microtrator atinge é de 0,9 m/s. Com base nessas informações realizou-se diversas simulações computacionais até obter um valor de F_T de 90 N, que corresponde a força de tração efetiva aplicada nas rodas do microtrator para o veículo atingir a velocidade máxima.

No Matlab foi gerado um arquivo para armazenar esses parâmetros e as variáveis do sistema, e outro arquivo para elaborar os gráficos. Com base na equação (4) elaborou-se o diagrama de blocos no programa Simulink, conforme figura 3.

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

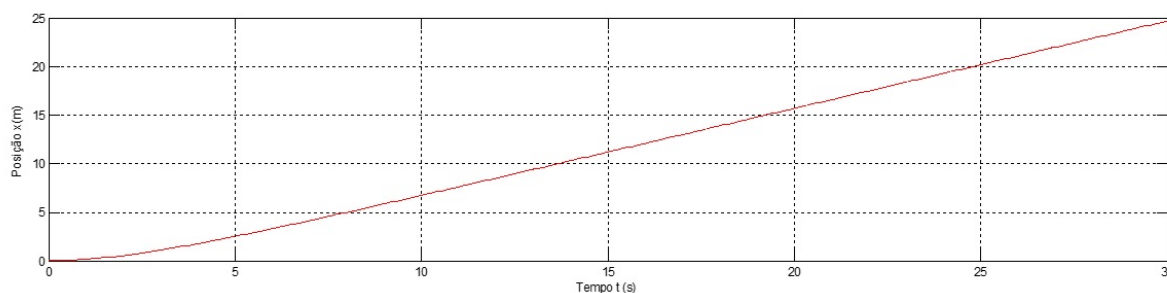
Figura 3 - Diagrama de blocos do modelo matemático que representa a posição do veículo em relação ao tempo



Fonte: Autores

Para a realização das simulações computacionais foram consideradas fixas a velocidade inicial $V_i = 0$, a força de tração $F_T = 90N$ (obtida com base na velocidade máxima do veículo), a massa do microtrator ($m = 256kg$) e o coeficiente de atrito viscoso ($C_D = 100N \cdot s/m$). O intervalo de tempo considerado foi de 0 a 30 segundos. A figura 4 apresenta o gráfico da posição do microtrator em relação ao tempo, e a figura 5 apresenta o gráfico da velocidade do microtrator em relação ao tempo.

Figura 4 - Gráfico da simulação computacional da posição do microtrator em relação ao tempo

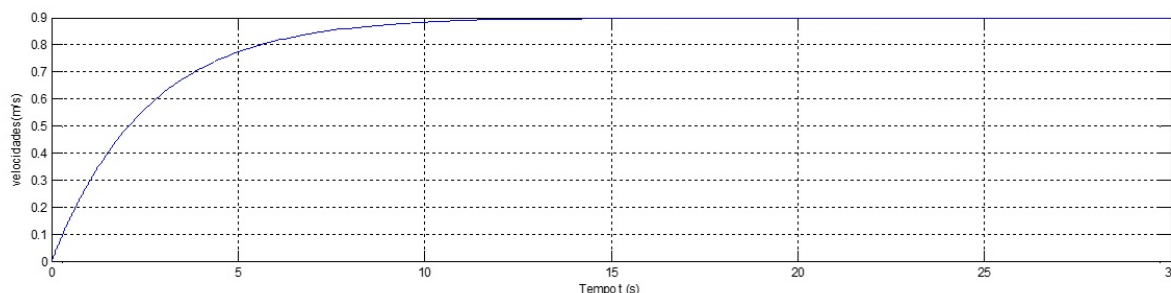


Fonte: Autores.

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

Figura 5 – Gráfico da simulação da velocidade do microtator em relação ao tempo.



Fonte: Autores.

Conforme as simulações computacionais, a partir de 15 segundos, a velocidade do microtator entra em regime permanente, percorrendo 0,9 metros a cada segundo.

A partir da força de tração atuante nas rodas (F_T), a velocidade (V) e o rendimento da transmissão de potência (estimado em $\eta = 0,88$), é possível calcular a potência necessária para realizar o movimento do microtator, conforme demonstra a equação (10).

$$P = \frac{F_T \cdot V}{\eta} \quad (10)$$

A potência consumida para fazer o deslocamento do microtator é de 92,045 W. Como o microtator é equipado com um motor de 9320 W de potência, percebe-se que menos de 1% dessa potência é consumida para o deslocamento, demonstrando que há uma grande parcela de potência do motor disponível para o acoplamento de diversos implementos agrícolas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem matemática permite a articulação entre teoria e prática em torno de uma situação real, possibilitando a construção do conhecimento a partir da resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento, dentre elas a Engenharia. Aliada a simulação computacional, possibilita a análise e aperfeiçoamento de produtos de forma rápida e precisa.

Através de uma equação diferencial ordinária de segunda ordem não homogênea, que representa o deslocamento do microtator e através de simulações computacionais, concluiu-se que o veículo deste estudo desloca-se aproximadamente 24,65 metros em 30 segundos, e após entrar em regime permanente desenvolve uma velocidade de 0,9 metros por segundo.

Essa velocidade depende da rotação do motor e do sistema de transmissão de potência. Com a simulação computacional, estima-se que a força de tração atuante nas rodas é de 90 newtons quando o microtator desenvolve uma velocidade de 0,9 metros por segundo.

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

Com a força de tração atuante nas rodas de 90 newtons, a potência consumida do motor é de 92,045 watts, sendo que o mesmo desenvolve uma potência máxima de 9320 watts, ou seja há uma grande parcela de potência para ser utilizada quando acoplado implementos agrícolas no microtrator.

Calculou-se a força de tração máxima que pode ser aplicada nas rodas sem que ocorra o patinamento. Esse parâmetro foi utilizado para estabelecer um limite durante a estimativa da força de tração efetiva aplicada nas rodas.

Como perspectivas para trabalhos futuros, pretende-se realizar e validar simulações considerando o microtrator acoplado com diversos implementos agrícolas utilizados na agricultura familiar, obtendo-se assim parâmetros envolvidos na dinâmica veicular tais como deslocamento, velocidade, força de tração e potência consumida para cada situação de uso do microtrator com o implemento agrícola específico. Como continuidade da pesquisa, os resultados deste trabalho serão utilizados para tornar o microtrator um veículo autônomo.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas:** técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. 3 ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007, 730 p.

BAAL, E. **Projeto detalhado e construção do protótipo de um microtrator modular.** 2008. 72 p. Monografia (Engenharia Mecânica) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Panambi, 2008.

BASSANESI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2006. 389 p.

CHEN, W.; XIAO, H.; WANG, Q.; ZHAO, L.; ZHU, M. **Integrated vehicle dynamics and control.** Singapore: Wiley, 2016, 358 p.

KINALSKI, N. M.; VALDIERO, A.C.; DA SILVA, J.A.G.; RASIA, L.A.; MONTOVANI, I.J. **Desafios e desenvolvimento de um modelo matemático para planejamento da trajetória de um veículo autônomo para uso na agricultura de precisão.** In: XLVI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 2017, Maceió. Anais do CONBEA 2017. Jaboticabal: SBEA, 2017.

LOPES, C. M.; GRAÇA, J.; VICTORINO, G.; GUZMAN, R.; TORRES, A.; REYES, M.; BARRIGUINHA, A.; BRAGA, R.; MONTEIRO, A. **VINBOT - um robô terrestre para viticultura de precisão.** In: I Congresso Luso-Brasileiro de Horticultura, 2017. Lisboa. Anais. Lisboa: CLBHORT, 2017.

OLIVEIRA, W. J. C.; SANTOS, P. P.; SANTOS, D. R. O.; FERRAZ, G. A. S.; BARROS, M. M. **Estimativa do custo horário de equipamento em diferentes níveis de tecnificação em**

01 a 04 de outubro de 2018

Evento: XXIII Jornada de Pesquisa

agricultura de precisão. Revista de Ciências Agrárias, Belém, v. 59, n. 4, p. 378 - 385, out./des. 2016.

PALM III, W. J. **Introduction to matlab for engineers.** 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2011, 564 p.

REGNER, R. R.; DOMBROWSKI, A. T.; VALDIERO, A. C.; BERTOLDO, G. E.; SILVA, J. P. W. **Modelagem matemática e simulação computacional do deslocamento de um veículo autônomo.** In: IV Congresso Internacional de Educação Científica e Tecnológica, 2017. Santo Ângelo. Anais do CIECITEC 2017. Santo Ângelo: NTI-URI, 2017.

RILL, G. **Road vehicle dynamics:** fundamentals and modeling. Boca Raton, 2012, 331 p.

VALDIERO, A. C.; VIAU, L. V. M.; ANDRIGHETTO, P. L.; BAAL, E.; SILVA, J. G. **Inonovative modular design of a machine for aromatic plants harvesting.** In: International Conference os Agricultural Enginnering, 2008. Foz do Iguaçu. Anais. Foz do Iguaçu: SBEA, 2008. Trabalho ganhador do Prêmio Gerdau Melhores da Terra na categoria pesquisa científica nível profissional.