

Evento: XXV Seminário de Iniciação Científica

## **DETECÇÃO DE COMPORTAMENTO REGULAR E CAÓTICO EM UM PULVERIZADOR DE POMARES TIPO TORRE UTILIZANDO DIAGRAMAS DE BIFURCAÇÃO<sup>1</sup>**

### **ON APPEARANCE OF REGULAR AND CHAOTIC BEHAVIOR ON THE TOWER ORCHARD SPRAYER USING BIFURCATION DIAGRAMS**

**Kátia Slodkowski Clerici<sup>2</sup>, Cássio L. M. Belusso<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa PRO-ICT/UFFS

<sup>2</sup> Acadêmica do curso de Física da UFFS Campus Cerro Largo

<sup>3</sup> Professor orientador, mestre em modelagem matemática, professor da UFFS Campus Cerro Largo

#### **1-INTRODUÇÃO**

O surgimento de novas tecnologias que buscam otimizar a produção no mercado agrícola é cada vez mais frequente. Um equipamento muito presente em pomares de árvores de grande porte é o pulverizador do tipo torre, o qual apresenta uma estrutura composta por torres de pulverização capazes de atingir as copas das árvores. No entanto, por trafegar em terrenos irregulares, esse tipo de equipamento pode apresentar comportamentos instáveis devido a sua altura, o que pode afetar o seu desempenho.

A busca pelo melhor desempenho faz com que os fabricantes destes equipamentos busquem auxílios em modelos de simulação para reduzir os custos de fabricação. Para isso, utiliza-se a modelagem matemática. Através dela é possível desenvolver modelos que representam as características de um sistema real utilizando equações e expressões matemáticas (AGUIRRE, 2007). Os modelos não lineares apresentam descrições mais rigorosas do sistema real, normalmente tornando mais complexa a análise das soluções das equações. Nestes casos, uma análise qualitativa é capaz de apresentar ótimos resultados (MONTEIRO, 2002; SAVI, 2006).

Neste trabalho, utiliza-se a modelagem matemática para analisar um modelo matemático não linear que representa os principais movimentos de um pulverizador agrícola do tipo torre. O modelo foi desenvolvido por Sartori Junior (2009) e é constituído por um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem não lineares. Busca-se investigar diferentes fenômenos relacionados à estabilidade e instabilidade em um dos principais movimentos do equipamento, no caso o deslocamento angular do reboque  $F_1$  sob o qual constitui a parte inferior do equipamento que sustenta o restante do pulverizador.

Para a investigação são utilizados os diagramas de bifurcação, pois, através deles, é possível identificar fenômenos como caos e bifurcações (GUILHERME, 2004; VIANA, 2011). Com isso, é possível visualizar os efeitos provenientes da variação dos parâmetros no deslocamento angular do reboque. Os parâmetros escolhidos para a simulação, que também são considerados os mais influentes no sistema foram: a rigidez da junção torsional ( $K_T$ ) que está relacionada com o acoplamento entre o reboque e a torre, a amplitude ( $A$ ) e a frequência ( $\omega$ ) de excitação dos pneus que estão relacionados com as características do terreno no qual o equipamento transita.

#### **2-METODOLOGIA**

**Evento:** XXV Seminário de Iniciação Científica

O pulverizador agrícola do tipo torre analisado é um equipamento constituído por duas torres, que, quando erguidas, medem 6,06 metros. As torres contêm ventiladores que espalham os defensivos químicos na forma líquida através do fluxo de ar. O pulverizador é montado sobre um reboque acoplado a um trator que trafega entre as fileiras das plantas, tornando possível o espalhamento dos produtos pelos ventiladores. Na Figura 1 tem-se a representação dos modelos real e simplificado para a elaboração do modelo matemático (SARTORI JUNIOR, 2009).

Para análise de estabilidade do modelo optou-se pela utilização de diagramas de bifurcação, os quais foram gerados por um algoritmo desenvolvido no software MatLab. Inicialmente foram definidos os intervalos de cada parâmetro a serem considerados durante as simulações. A cada execução do algoritmo, analisaram-se os efeitos da variação de cada um dos parâmetros escolhidos no deslocamento angular do reboque. O modelo matemático completo está expresso na forma matricial na Equação 1, onde cada variável representa um dos principais movimentos do equipamento. Os valores dos parâmetros mantidos constantes durante as simulações foram os mesmos utilizados em Sartori Junior (2009) e Belusso (2011). Considerando que as oscilações do equipamento são provocadas pelo contato dos pneus com o solo, para maior proximidade da realidade assumiu-se uma representação periódica dos sinais de excitação descrita por  $y_{e1}=A \text{sen}(\omega t)$  e  $y_{e2}=A \text{sen}(\omega t + \rho)$ , onde  $\rho$  representa um ângulo de fase que diferencia as excitações dos pneus direito e esquerdo.

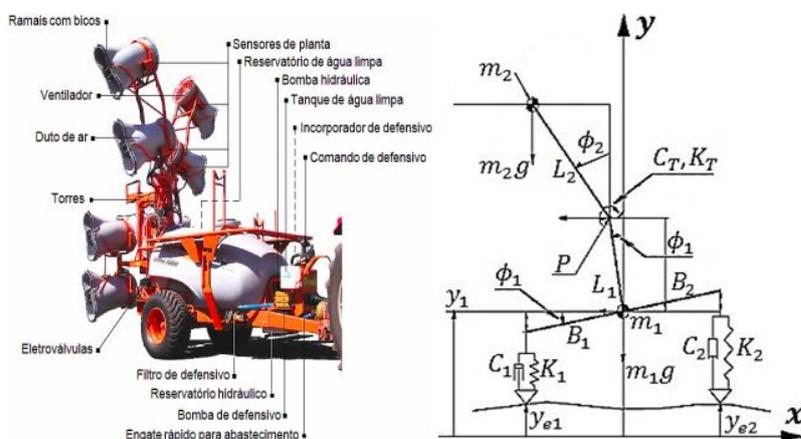


Figura 1 - Pulverizador agrícola do tipo torre: (esq.) modelo real, (dir.) modelo simplificado (SARTORI JUNIOR, 2009).

Evento: XXV Seminário de Iniciação Científica

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} &= [M]^{-1} \begin{bmatrix} K_1 y_{\theta 1} + K_2 y_{\theta 2} + C_1 \dot{y}_{\theta 1} + C_2 \dot{y}_{\theta 2} \\ -K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{\theta 1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{\theta 2} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{\theta 1} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{\theta 2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &- [M]^{-1} \begin{bmatrix} (K_2 B_2 - K_1 B_1) \sin \phi_1 + (m_1 + m_2) g \\ (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \sin \phi_1 \cos \phi_1 - m_2 g L_1 \sin \phi_1 \\ -m_2 g L_2 \sin \phi_2 \end{bmatrix} \\
 &- [M]^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 \cos \phi_1 & -m_2 L_2 \cos \phi_2 \\ 0 & 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \\ 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1^2 \\ \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \end{bmatrix} \\
 &- [M]^{-1} \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 & 0 \\ (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 & C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} \\
 &- [M]^{-1} \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & 0 & 0 \\ (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \phi_1 & K_T & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Onde M é dado por:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 L_1 \sin \phi_1 & -m_2 L_2 \sin \phi_2 \\ -m_2 L_1 \sin \phi_1 & I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ -m_2 L_2 \sin \phi_2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) & I_2 + m_2 L_2^2 \end{bmatrix}$$

### 3-RESULTADOS

Os diagramas de bifurcação são apresentados nas Figuras 3 e 4, e mostram a influência de cada um dos três parâmetros de simulação selecionados no deslocamento angular do reboque.

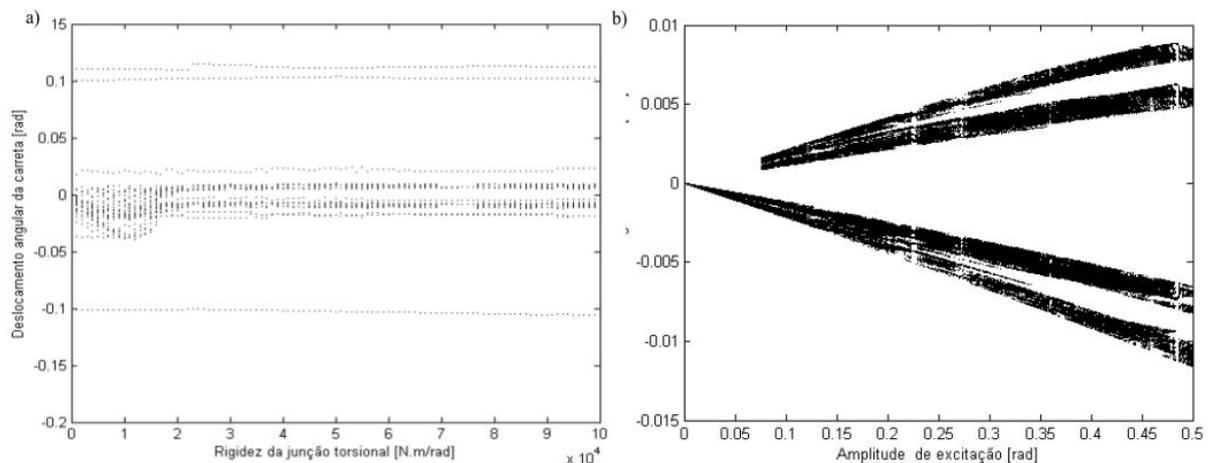


Figura 3- Diagramas de bifurcação mediante: (a) variação da rigidez da junção torsional e (b)

**Evento:** XXV Seminário de Iniciação Científica

variação da amplitude nos sinais de excitação.

A Figura 3(a) representa o diagrama de bifurcação da variação da rigidez da junção torsional sobre o deslocamento angular do reboque, no qual percebe-se que os efeitos deste parâmetro sobre o deslocamento angular são quase nulos. Esse comportamento é esperado, pois a rigidez da junção está relacionada à sustentação da torre, logo a sua variação não trará efeitos significativos para o deslocamento angular do reboque. Isso acontece porque a frequência e a amplitude dos sinais de excitação permaneceram constantes. A amplitude, como também a frequência, é uma característica presente no contato entre os pneus e o solo e contribui para o nível de irregularidade do terreno. Quanto maior elas forem, maior será a irregularidade do terreno. Na Figura 3(b) apresenta-se o diagrama da variação da amplitude nos sinais de excitação. Nota-se um aumento na amplitude de resposta do deslocamento angular do reboque de acordo com o aumento do parâmetro. Logo, a variação da amplitude influencia diretamente no comportamento do equipamento.

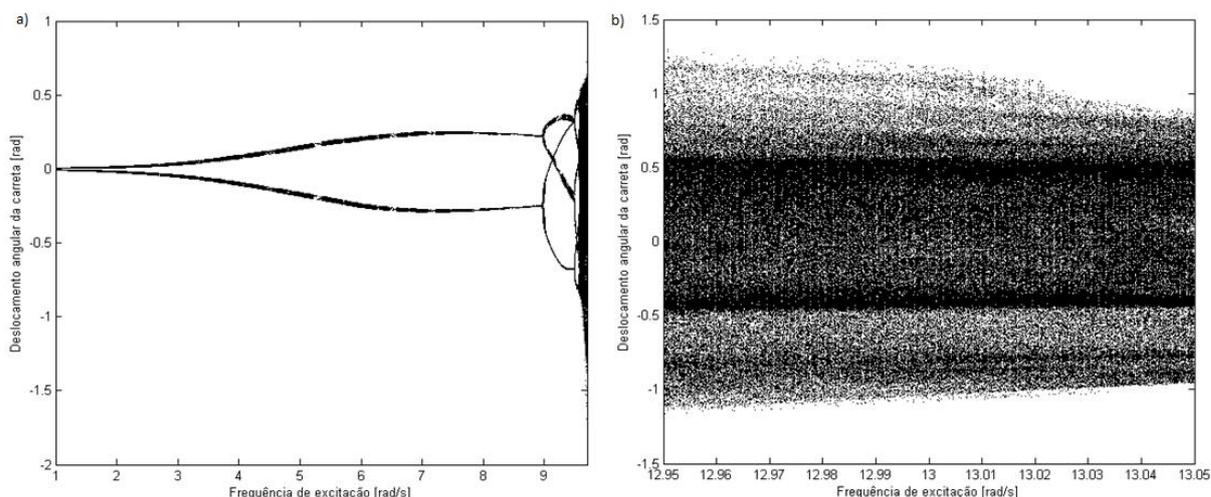


Figura 4 - Diagramas de bifurcação mediante variação da frequência nos sinais de excitação.

Os diagramas relacionados ao parâmetro da frequência são apresentados na Figura 4. Na Figura 4(a), observam-se os efeitos provocados no deslocamento angular do reboque para frequências dos sinais de excitação próximas a  $\omega = 9,7$  rad/s. Até um valor aproximado de  $\omega = 8,9$  rad/s, o comportamento do deslocamento angular do reboque não sofre nenhuma mudança qualitativa, o movimento é periódico e a estabilidade é mantida. No entanto, a partir desse valor, surgem as bifurcações. Assim sendo, o sistema começa a apresentar pontos de instabilidade, que ocorrem exatamente quando uma bifurcação é formada e, apesar do sistema estabilizar novamente, novas soluções aparecem. A formação de bifurcações torna-se mais frequente conforme a frequência aumenta, até chegar a uma região instável, caracterizada pela presença de comportamento caótico, no qual é impossível prever o comportamento do sistema. A janela caótica pode ser visualizada em valores muito altos de frequência nas Figuras 4(a) e 4(b). Na Figura 4(b) optou-se

**Evento:** XXV Seminário de Iniciação Científica

por intervalo de simulação menor para melhor visualização da janela caótica. Logo, fica explícito que valores muito altos destes parâmetros podem comprometer a estabilidade do equipamento, não sendo recomendado o tráfego do pulverizador por terrenos muito irregulares.

#### 4-CONCLUSÃO

A modelagem matemática tem se mostrado uma excelente ferramenta para compreensão descrição de sistemas reais. Neste trabalho, utiliza-se a modelagem matemática para a análise de estabilidade do deslocamento angular do reboque de um pulverizador do tipo torre. Esta análise é realizada a partir de diagramas de bifurcação devido à sua capacidade de mostrar diferentes comportamentos que um sistema não linear pode apresentar mediante variação de um determinado parâmetro, além de mostrar com clareza fenômenos característicos dos sistemas não lineares, como o caos e as bifurcações.

Através dos diagramas mostrou-se que o deslocamento angular do reboque é influenciado pela amplitude e frequência nos sinais de excitação e que o aumento nos valores desses parâmetros pode comprometer a estabilidade do equipamento. Vale ressaltar que a simulação permite que o sistema seja levado a condições extremas e que a opção por maiores variações nos valores dos parâmetros, os quais podem ser considerados fora da realidade, deu-se pela maior riqueza de comportamentos que o sistema eventualmente poderia fornecer.

Para trabalhos futuros pretende-se analisar o deslocamento angular do reboque a partir de outros sinais de excitação, ou seja, a partir de diferentes tipos de terrenos pelos quais o equipamento pode vir a trafegar.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, sistemas não lineares, bifurcações, caos.

**Keywords:** Mathematical modeling, non-linear systems, bifurcations, chaos.

#### 5-REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas:** Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. Belo Horizonte: UFMG, 2007, 3<sup>a</sup>. ed.
- BELUSSO, C. L. M. **Análise da estabilidade do modelo não linear de um pulverizador agrícola do tipo torre.** 2011. 124 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) - Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2011.
- GUILHERME, K. de L. **Vibrações Não-Lineares e Não-Ideais de um Sistema de Dois Graus de Liberdade.** 2004. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.
- SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES JUNIOR, B. R. Non-Linear Dynamics of a Tower Orchard Sprayer Based on an Inverted Pendulum Model. **Biosystems Engineering**, v. 103, p. 417-426, 2009.
- VIANA, R. L. **Introdução à Dinâmica Não linear e Caos.** Paraná: Universidade Federal do Paraná, Departamento de Física, 2011.
- SAVI, M. A. **Dinâmica não linear e caos.** Rio de Janeiro: E-papers Serviços Editoriais, 2006. 304 p.