Evento: XXII Jornada de Pesquisa

A FORMAÇÃO DA LEI DA FUNÇÃO A PARTIR DO REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICO[1]
THE FORMATION OF THE FUNCTION LAW FROM THE GRAPHIC REGISTER REPRESENTATION

Angeli Cervi Gabbi[2], Eliane Miotto Kamphorst[3], Cátia Maria Nehring[4]

[1] Parte das Teses de Doutorado das Pesquisadoras, desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências.
[2] Aluna do Curso de Doutorado em Educação nas Ciências, Docente do IFRS, GEEM, angeli.gabbi@ibiruba.ifrs.edu.br
[3] Aluna do Curso de Doutorado em Educação nas Ciências, Docente da URI, GEEM, anne@uri.edu.br
[4] Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da UNIJUÍ, DCEEng - GEEM - Orientadora, catia@unijui.edu.br

Resumo

Este artigo corresponde a uma parte das teses de doutorado que estão sendo desenvolvidas pelas primeiras autoras, com orientação da terceira. Busca compreender a partir da proposição de uma sequência didática os processos de ensino e aprendizagem, tendo como foco os conceitos fundamentais do Cálculo, considerando principalmente os conceitos de função. Nesta produção, nos detemos a uma atividade, proposta e realizada com um grupo de onze estudantes de diferentes cursos de uma Universidade do Estado do Rio Grande do Sul. Problematizamos o conceito de função devido à dificuldade que os estudantes possuem em sala de aula, tendo em vista as experiências das pesquisadoras enquanto docentes no ensino superior, bem como, diferentes pesquisas voltadas à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que abordam esta temática. Procuramos, nesta produção responder a seguinte problemática: Quais as dificuldades mobilizadas pelos estudantes a partir da proposição de uma atividade envolvendo o registro de representação gráfico e a necessidade de conversão para o registro de representação algébrico envolvendo o conceito de função condicional? Para tanto, buscamos na Atividade Orientadora de Ensino e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica aportes teóricos para sustentar este estudo, bem como considerando uma condição à aprendizagem efetiva do educando, buscando elencar quais as atividades de tratamento e conversão são necessárias e como estas podem sustentar a organização do ensino.

Palavras-Chave: Sequência de Ensino, Cálculo Diferencial e Integral, Conceito de Função, Registros de Representação Semiótica, Atividade Orientadora de Ensino.

Abstract

This article corresponds to a part of the doctoral which have been developed by the first authors, with orientation of the third one. It aims to understand from a proposition of a didactic sequence, the teaching and learning processes, focusing on the fundamental concepts of Calculus, especially

the concepts of function. In this production, we apply to an activity proposed and performed with a group of eleven students from different courses of a University of the State of Rio Grande do Sul. We problematize the concept of function due to the difficulty which the students have in classroom, focusing on the researchers' experiences while teachers of higher education, as well as different researchers' focused on the discipline Differential and Integral Calculus which approach this subject. We look for, in this production, to answer the following problematic: what the difficulties mobilized by the students from an activity proposition involving the graphic register representation and the conversion to the algebraic representation record involving the concept of conditional function? Thus, we search in the Guiding Activity of Teaching and in the Theory of Semiotic Representation Registers theoretical contributions to support this study, as well as to consider a condition for the effective learning of the teaching, searching to list what the treatment and conversion activities are necessary and how they can sustain the organization of teaching.

Keywords: Teaching Sequence, Differential and Integral Calculus, Function Concept, Semiotic Representation Registers, Guiding Activity of Teaching.

Introdução/Justificativa

Na tentativa de enfrentar o cenário de dificuldades em relação ao domínio de conhecimentos matemáticos fundamentais para o ingresso no ensino superior, em especial na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que se propõe a realização da presente pesquisa, na qual se considera o estudante como um sujeito ativo e autônomo na aprendizagem dos conceitos. Este estudo é sustentado pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) de Raymond Duval e pela Atividade Orientadora de Ensino (AOE) de Manoel Oriosvaldo de Moura.

Nosso foco de pesquisa nos conduz a entender, investigar e refletir sobre questões relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem de estudantes do ensino superior, a partir de uma atividade proposta e desenvolvida para um grupo de onze estudantes dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia Civil e Elétrica da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus Frederico Westphalen.

O ensino e a aprendizagem de conceitos relacionados às disciplinas iniciais do ensino superior, como por exemplo o Cálculo Diferencial e Integral, têm sido objeto de estudo e discussão por diferentes pesquisadores no campo da Educação Matemática. As dificuldades enfrentadas pelos estudantes se traduzem nos índices de reprovações, cancelamento e desistência em diferentes cursos. Várias pesquisas têm sido realizadas na perspectiva de compreender tal problemática, tais como, Rezende (2003), Junior (2006) e Cury (2013), para citar alguns.

Para além das pesquisas que já aconteceram e que estão acontecendo na área de Educação Matemática, a proposição desta pesquisa tem como motivação a prática como docentes no Ensino Superior, no componente específico de Cálculo Diferencial e Integral, movida pela percepção das dificuldades ante a compreensão de conceitos fundamentais da Educação Básica, por parte dos

estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática, Engenharia Civil e Elétrica, que fazem parte da trajetória profissional das pesquisadoras e uma perspectiva de enfrentamento de questões que podem agir na melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

A atividade de ensino proposta, recortada da sequência proposta no estudo das teses, tem o objetivo de rever o conceito de função, na perspectiva da função como um conceito estruturador do Cálculo. Procuramos neste sentido, responder a seguinte problemática: Quais as dificuldades mobilizadas pelos estudantes a partir da proposição de uma atividade envolvendo o registro de representação gráfico e a necessidade de conversão para o registro de representação algébrico envolvendo o conceito de função condicional?

Silva (2011) pressupõe que a função é um conceito fundamental para o tratamento das ideias básicas do Cálculo, visto que vários dos conceitos ensinados nesta disciplina demandam a compreensão do conceito de função, entre eles, limite, continuidade, derivada e integral. Logo, pode-se conceber o conceito de função como estruturador do Cálculo e, é nessa perspectiva, que buscamos através desta atividade, indícios e indicativos das dificuldades enfrentadas pelos estudantes universitários ao trabalhar com conteúdos relacionados a função.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Atividade Orientadora de Ensino – processos de ensino e aprendizagem

A teoria dos Registros de Representação Semiótica - RRS (Duval, 2004) auxilia a compreensão dos processos de aprendizagem matemática. Para isso, compreender que o objeto matemático precisa ser desenvolvido a partir de atividades de conversão (modificação entre registros de representação) e atividades de tratamentos (modificações internas ao registro) é condição para a compreensão e significação conceitual matemática por parte dos estudantes. De acordo com Patrício, "a ciência que estuda as relações de significação e sentido entre os símbolos e seus objetos é a Semiótica, conhecida como a teoria dos signos" (2011, p. 15).

Neste contexto, as representações assumem um papel decisivo na aprendizagem e no ensino da matemática, não havendo possibilidade de um sujeito mobilizar qualquer conhecimento sem realizar uma atividade de representação. Duval realiza essa afirmação mediante o emprego dos termos "*semiósis*" e "*noésis*". *Semiósis* é a "apreensão ou produção de uma representação semiótica" (2004, p.14) e, *noésis*, os atos cognitivos, como "a apreensão conceitual de um objeto, a descriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência" (2004, p.14). Duval (2009) afirma ainda, não haver *noésis* sem *semiósis*, ou seja, não há conceitualização de um objeto matemático sem utilizar, para isso, representações do objeto.

Duval (2004) concentra seus estudos na aprendizagem matemática focada em três atividades cognitivas para a compreensão da mesma, a formação, o tratamento e a conversão.

> Primeiramente, construir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como *uma representação de alguma*

> *coisa* em um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação as representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas em um sistema em representações de um outro sistema, de tal maneira, que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. (DUVAL, 2009, p. 36-37).

Diante desta perspectiva, a atividade de formação é compreendida como a constituição de uma marca que pode ser identificada como representação de um objeto, podendo esta ser verbal, figural, numérica, algébrica ou gráfica. O tratamento caracteriza-se por uma transformação com a permanência no mesmo registro, algo comum de se observar nas atividades propostas aos alunos, ao privilegiar um determinado registro que, supostamente, permita uma compreensão mais clara e que aumente sua possibilidade de acerto. Enquanto a conversão é uma transformação de representação de um mesmo objeto no qual se transita de um registro para outro. Um exemplo de conversão consiste na passagem da forma algébrica de uma equação para sua representação gráfica.

Na perspectiva de Duval (2004) a atividade matemática, em um processo de aprendizagem, implica na coordenação de pelo menos dois registros de representação, manifestada pela possibilidade de efetuar transformações de conversão nos registros semióticos. Assim, a aprendizagem demanda da capacidade de efetuar operações em um mesmo registro (tratamento) e, principalmente, da capacidade de mudança de registros de um mesmo objeto, suas interligações e combinações (conversão).

Segundo Duval (2004) a utilização de diferentes RS contribui para uma reorganização do pensamento do aluno e influencia a atividade cognitiva da pessoa que as utiliza. Logo, as RS são essenciais para a compreensão de conceitos matemáticos.

Segundo Patrício

> Em matemática há uma multiplicidade de representações, ou seja, existem diversos registros, que possibilitam a mobilização simultânea de várias representações de um objeto e a troca entre essas representações, a qualquer momento, de acordo com a necessidade. A originalidade da atividade matemática está justamente nessas características. Sabe-se que em determinadas ocasiões um tipo de registro pode ser colocado em evidência, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro para outro. (2011, p.37).

Damm (2012) afirma ainda, que muitas pesquisas em Educação Matemática apontam para a dificuldade dos estudantes transitarem entre uma representação e outra e, que o fato de saber

lidar individualmente com as várias representações de um objeto não representa garantia de uma apreensão significativa.

Para Duval "toda confusão entre o objeto e sua representação provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão. Os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis fora de seus contextos de aprendizagem" (2009, p. 14). A representação da equação de uma função linear e a sua representação gráfica por exemplo, tem por referência o mesmo objeto, a relação de proporcionalidade, porém enfocam parcialidades do conceito, uma vez que possuem propriedades distintas e próprias. Duval (2009) acredita que um único registro não abrange todas as características de um objeto matemático em estudo, tendo que recorrer, desta forma, a outros para complementar.

> As representações diferentes de um mesmo objeto não têm, evidentemente, o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado (DUVAL, 2003, *apud* SANTOS, 2014, p. 32).

O domínio entre os diferentes registros de representação é segundo Duval necessário para a aprendizagem matemática. De acordo com Santos (2014), os estudos de Duval, concebem o estudante como sujeito que adquire conhecimentos através da interação entre os vários elementos que compõem o ato pedagógico: o professor, o meio, a linguagem, o estudante, o saber matemático e suas representações semióticas, ou seja, o funcionamento cognitivo implicado na aprendizagem da matemática com vistas a desenvolver a capacidade de raciocínio, análise e visualização.

A relação que existe entre as diferentes formas de tratamento de uma expressão, ou entre as diferentes formas de registro de representação, aponta a funcionalidade do pensamento humano na intensão da compreensão a respeito do objeto em estudo.

Os RRS possibilitam aos docentes criar possibilidades de aprendizagem em sua prática docente, além da organização das informações, bem como a compreensão e significação dos conceitos a partir da conversão dos registros, pelos acadêmicos, pois de acordo com esta teoria, é a conversão das diversas representações sobre um mesmo objeto em estudo que possibilita a construção do conhecimento. Para Duval, "o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático" (2003, p.13).

Assim, cada termo ou objeto tem uma forma particular de representação repleto de significados. Por isso é importante analisar e discutir os diferentes sistemas de representação empregados no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos estudados, tentando estabelecer conexões entre eles.

Igualmente, na perspectiva de compreendermos as relações de aprendizagem estabelecidas a partir do ensino, ou seja, como é elaborado o conhecimento pelo aluno, sendo esta uma atividade cognitiva do estudante para que o mesmo possa aprender de forma autônoma, nos reportaremos à Atividade Orientadora de Ensino - AOE de Manoel Oriosvaldo de Moura.

Assim, elementos da AOE, que representa um elo entre a atividade do professor e a atividade do estudante, contribuem na compreensão de processos de aprender conceitos científicos e possibilitam proposições capazes de qualificá-los. De acordo com Moura *et al* (2010, p. 220-221), "não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem; por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino". Nesta perspectiva, o professor encontra-se em atividade de ensino e as ações a que se propõe visam a atender à sua necessidade de organização do mesmo, de tal forma que se constitua como atividade de aprendizagem para o estudante. Para os mesmos autores, "[...] tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a atividade de aprendizagem que o estudante desenvolve" (2010, p. 213).

De acordo com Moura *et al*, a AOE acontece por meio de

> [...] uma proposta de organização da atividade de ensino e de aprendizagem que, sustentada pelos pressupostos da teoria histórico-cultural, se apresenta como uma possibilidade de realizar a atividade educativa tendo por base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento (2010, p. 208).

Esta baseia-se na teoria da Atividade proposta por Alexis Nikolaevich Leontiev (1988) e possui em sua essência o trabalho coletivo. Moura *et al* (2010, p. 208) exploram o conceito de aprendizagem a partir dos pressupostos de Vygotsky e sustentam que é no "movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, dá-se a apropriação da experiência social da humanidade". Neste sentido, devemos proporcionar momentos de interação entre os estudantes nas aulas, de modo que estes possam compartilhar os conhecimentos e ideias, mediados por conceitos.

Moura afirma " [...] que a aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientando e organizando o ensino" (*et al*, 2010, p. 216). Para os mesmos autores a AOE é a mediação na atividade do professor que tem como necessidade o ensino de um conceito, de um conteúdo, ao indivíduo em atividade, cujo intuito é a apropriação deste objeto do conhecimento, sendo assim, a AOE constitui-se, de um modo geral, na "organização do ensino".

Nesta perspectiva, a aprendizagem é entendida como a relação cognitiva do estudante com o conteúdo em estudo, e o ensino como:

> [...] a mediação dessa relação em que o aluno avança não apenas do

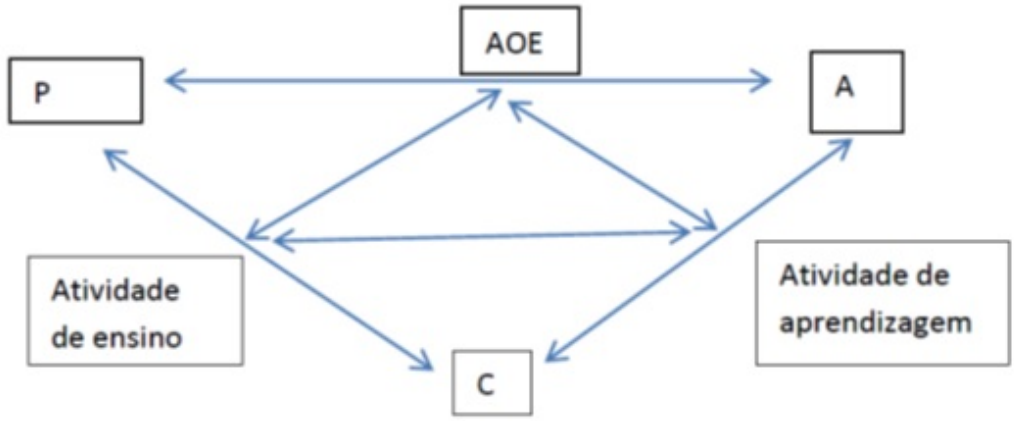
> desconhecido para o conhecido, do conhecimento incompleto e impreciso para conhecimentos mais amplos, mas também, na interiorização de novas qualidades de relações cognitivas com o objeto que está sendo aprendido (LIBÂNEO, 2009, p.28).

Desta forma, é fundamental que o docente tenha uma ação relevante ao planejar o ensino, visando à formação e o entendimento de conceitos pelo acadêmico do ensino superior. De acordo com Libâneo, o professor precisa assumir duas tarefas essenciais ao planejar o ensino, são elas: "a análise do conteúdo e a consideração dos motivos dos alunos" (2009, p. 25). A primeira tarefa favorece formular aprendizagem com atrativo suficiente para conduzir os motivos dos estudantes para com os conteúdos.

> A aprendizagem de conteúdos concorre mais eficazmente para o desenvolvimento da personalidade se houver ligação entre o conteúdo e os motivos do aluno para aprendê-lo, o que implica a necessidade de adequar os conteúdos às disposições e interesses da faixa etária atendida (LIBÂNEO, 2009, p.27).

Para Moura (2016) há uma interação entre os elementos constituintes da atividade que participam ativamente na sua execução: professor (P), aluno (A) e o conhecimento (C), como mostra a Figura 01, sendo que estes são elementos mediados e equivalem aos elementos mediadores.

Figura 01: Esquema síntese entre a atividade de ensino e aprendizagem, considerando a AOE como mediação.



Fonte: Moura (2016, p.12).

De acordo com Moura (2016), se a seta estiver se movendo do professor em relação ao aluno, "[...] o elemento mediador é o conceito a ser desenvolvido em atividade de ensino" (p.12), caso o movimento seja inverso, do aluno em relação ao professor, "[...] o elemento mediador é a qualidade do conceito apropriado na atividade de aprendizagem" (p.12). O autor ressalta que a

AOE caracteriza-se como a mediação entre as atividades de ensino e aprendizagem, pois considera que se em uma determinada atividade fornecida pelo docente, o estudante não teve a compreensão adequada, o mesmo deve repensar/refletir sobre sua ação, reorganizando-a para que o aluno possa entendê-la, proporcionando a aprendizagem. E é neste movimento que o conhecimento se modifica, gerando nova qualidade.

Sendo assim, elementos dos RRS e da AOE contribuem na compreensão e no entendimento dos processos do ensino e da aprendizagem, possibilitando proposições capazes de qualificar os referidos processos.

Metodologia

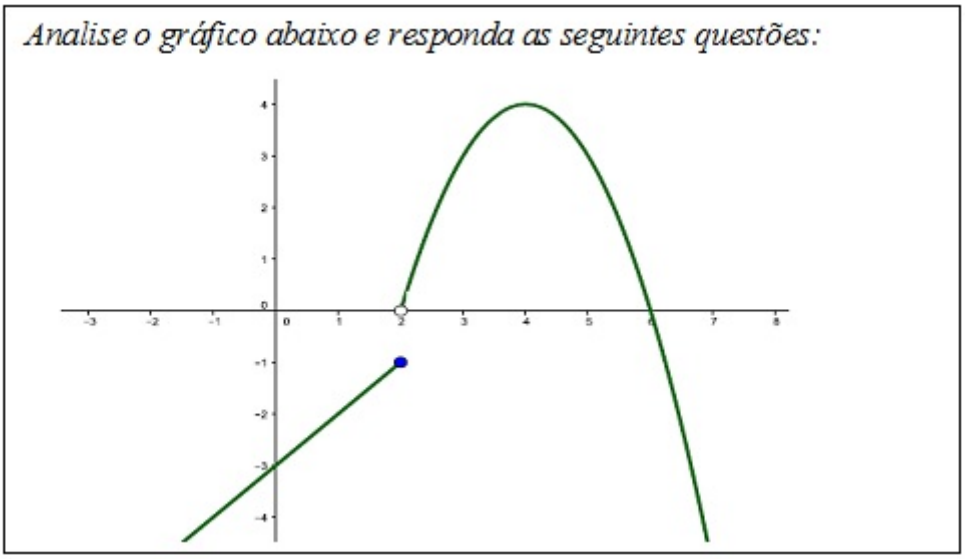
Planejamos e realizamos uma sequência de ensino, estruturada em várias atividades/situações problemas desenvolvidos em sete encontros, para onze estudantes. Os encontros aconteciam semanalmente, com duração de duas (02) horas, sendo realizados no segundo semestre de 2016. Destes onze universitários participantes, somente uma acadêmica ainda não havia tido contato com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, os demais estavam cursando esta disciplina no semestre.

Os encontros aconteceram em turno inverso ao das aulas. Os estudantes foram agrupados em dois grupos de quatro integrantes e um grupo de três. Todos os encontros foram gravados e filmados, além disso as pesquisadoras fizeram anotações em um diário de campo, sendo devidamente datados. As gravações e filmagens foram transcritas e também indicadas pela data do encontro com identificação da fala/conversa/intervenção entre os estudantes e entre eles e as pesquisadoras.

Foram considerados como dados empíricos desta pesquisa as falas transcritas e os registros produzidos pelos estudantes que aceitaram voluntariamente participar da pesquisa e que, a partir da assinatura do Termo de Livre Consentimento, autorizaram o uso dos referidos dados na pesquisa. Cabe salientar que utilizamos nomes fictícios nas transcrições, para preservar o anonimato dos estudantes.

Para esta produção enfocamos os dados de um grupo, o grupo 01. Selecionamos um encontro, e deste uma atividade para entender o movimento de aprendizagem dos estudantes, a partir do conceito de função considerando o registro de representação gráfico e sua conversão para registro de representação algébrico. Este foi o quinto encontro realizado no dia 18 de novembro de 2016. As pesquisadoras apresentaram um gráfico aos estudantes e fizeram alguns questionamentos em relação ao mesmo. A atividade é a descrita a seguir:

Figura 02: Registro de representação gráfica da Atividade proposta no encontro 5.



Fonte: própria das autoras

Figura 03: Questões da atividade proposta no encontro 5.

a) *Que informações podemos obter do gráfico dado?*
b) *Que tipo de função este gráfico representa? Você já viu algum gráfico semelhante a este?*
c) *Podemos escrever uma expressão matemática que representa o gráfico acima?*
d) *Como podemos iniciar para obter esta expressão? Que dados podemos considerar?*
e) *Descreva essa expressão matemática.*
f) *Porque no gráfico temos intervalo aberto e intervalo fechado? O que significa graficamente e o que isto impacta em uma função?*
g) *Qual das expressões representa $x > 2$?*
h) *Quando x se aproxima do número 2 pela esquerda, a qual valor tende f(x)?*

Fonte: própria das autoras

Os estudantes analisaram a mesma e começaram as discussões. Apresentamos aqui, recortes de diálogos realizados pelos estudantes em grupo e em interação com as pesquisadoras, identificando movimentos de ensino, de aprendizagem e negociações necessárias. Na tentativa de identificar indícios da problematização, entendemos que a efetiva apreensão conceitual pelos estudantes

acontece mediante ações docentes que proporcionam esta significação e os RRS são potenciais neste processo.

Esta atividade gerou várias polêmicas entre os estudantes, pois a partir do registro de representação gráfico eles deveriam chegar ao registro de representação da função. Esta atividade de conversão não é simples e exige reconhecer as propriedades de cada registo e mobiliza-los em outro registro. Os estudantes deveriam mobilizar os registros de representação gráfica para o registro de representação algébrica, atividade de conversão, além de executar transformações no mesmo registro, ou seja, atividade de tratamento.

Resultados e discussões

Em relação a *letra a*, percebemos que o debate dos estudantes se concentrou em relação ao tipo de função que o registro gráfico representava. Podemos observar no seguinte trecho:

> **Letícia:** Que informações a gente pode tirar então?
> **Maria:** Uma reta e uma parábola?
> **Letícia:** Não, uma função condicional, mas da reta é uma função linear ou afim?
> **Juliana:** Uma função afim porque a linear passa na origem.
> **Letícia:** E contém um ponto aberto.
> **Juliana:** Tá mas daí aqui a gente coloca função condicional ou reta e parábola?
> **Letícia:** Tanto faz, acho que ambas as formas estão certas, você não estava no encontro passado né, mas as professoras explicaram que quando tem mais que uma função no gráfico podemos chamar de função condicional. *(No encontro passado, encontro 04, trabalhamos com uma função condicional, porém explorando a ideia intuitiva de Limite, em que foi apresentado a função e os estudantes deveriam construir o gráfico)*
> **Juliana:** Ah, então é só colocar função condicional.

Percebemos uma confusão nas afirmações dos estudantes considerando o tipo de função que o gráfico apresentava. Alguns falaram que não lembravam deste tipo de função. A dúvida poderia se concentrar na identificação do nome da função, condicional ou também chamada função de várias sentenças ou se colocassem reta e parábola como disse uma estudante. Retomando o enunciado da questão, o mesmo solicita que informações o registro de representação gráfica apresenta e não necessariamente qual o nome das funções. Este procedimento pode representar uma consequência do realizado em sala de aula, ou seja, uma ênfase na nomenclatura e não na análise do RRS.

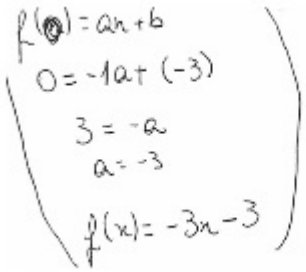
Em relação as *letras b, c, d* e *e*, percebemos que os estudantes tiveram dificuldades em determinar o registro de representação algébrico, como podemos ver a fala dos estudantes:

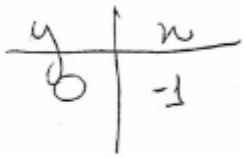
Maria: Aqui para obter a expressão a gente tem as raízes, só que não me lembro a fórmula, vocês se lembram?
Letícia: Dá para fazer sistema né? Lembra daqueles sistemas que a gente fez nos primeiros encontros?
Maria: Ah, sim e aqui olha as condições? x maior que dois.
Juliana: A de cima né, da função quadrática.

Alguns estudantes estavam observando que havia condições impostas pelo gráfico, estavam iniciando o processo de estabelecer *sentidos* a situação, ainda necessitando os significados propriamente conceituais, como por exemplo na fala da Maria que não lembrava da fórmula para calcular as raízes. Esta observação da estudante, nos faz questionar enquanto pesquisadores se de fato é necessária uma fórmula para encontrar as raízes neste caso? Será que o tratamento do registro de representação gráfico não consegue explicitar as raízes da função? Para isso é necessário que o estudante mobilize de fato os tratamentos inerentes a este registro de representação, identificando as propriedades e variáveis.

Em outro momento do diálogo podemos verificar uma certa confusão feita pelas estudantes em relação aos termos independentes de uma função e também quando a função é zero, como podemos observar abaixo:

Juliana: Olha, o termo independente aqui é o quatro e aqui o três, o que eu posso dizer nessa reta aqui é que quando f(x) for zero, vai ser menos 1, daí pega a equação geral $y= ax+b$ e acha o a e o b e daí tem a equação. *(Estudante explicando para seu grupo como faz para encontrar a função afim)*
Letícia: Por que aqui é menos 3 e não menos 1? *(Se referindo ao valor do parâmetro a, pois inicialmente estavam considerando o ponto (-1, 0) para encontrar a função afim, ponto este que não está correto pois o gráfico nem passa por ele. Utilizaram este ponto e substituíram na função y = ax+b, como podemos ver no recorte do material da Juliana abaixo. Consideraram que b=-3 pois estava explicito no gráfico. Encontraram outra função y=-3x-3, não estando correta neste caso).*





Juliana: Porque tu passa para o outro lado. *(Se referindo ao valor do parâmetro a do recorte acima)*
Letícia: Esse ponto no dois não existe, quando está tendendo a dois ele vai

pular para o menos 1. *(Quando a função tende para 2 pela esquerda ela estava se referindo neste caso)*
Juliana: Aí, eu não consigo me lembrar o que usa aqui.
Letícia: Tá, vão ser duas funções né, uma para reta e outra para quadrática...

Podemos identificar a confusão dos termos independentes pela estudante Juliana, pois para a reta teríamos o valor menos três (b = -3) como sendo o valor do coeficiente linear e na equação quadrática teríamos menos doze (c = -12), mas este último não está explícito no gráfico, exigindo uma atividade de conversão, do registro gráfico ao algébrico. Para este movimento existe vários procedimentos de encontrar a função quadrática, o que exige identificação das propriedades matemática no registro de representação gráfico.

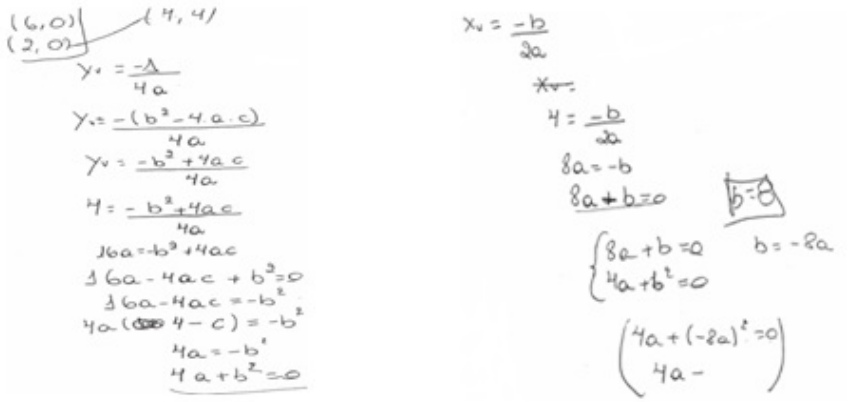
Um procedimento poderia considerar as raízes (6, 0) e (2, 0) e o vértice (4, 4). Com estes três pontos poderíamos encontrar um sistema de três equações e três variáveis e resolver pelo método de escalonamento ou também utilizando a Regra de Cramer. Além desses dois procedimentos, poderíamos considerar uma raiz, por exemplo, (2, 0) e o vértice (4, 4), neste caso encontraríamos um sistema de duas equações e duas variáveis. Resolvendo encontraríamos os parâmetros *a*, *b* e *c* da função quadrática. Estes movimentos implicam efetivamente trabalhar com a atividade de tratamento do registro gráfico, mobilizando significados da função.

A estudante Juliana não conseguiu associar que quando *f(x)* for zero na função afim, temos *x* valendo três e não menos um como indicado pela mesma. Letícia também sente dificuldade ao dizer que vale menos três, será três positivo e não negativo. Talvez este equívoco ocorra por não conseguirem fazer uma leitura correta do registro de representação gráfica, mostrando dificuldade em fazer a conversão do registro gráfico para o registro algébrico.

Continuando o diálogo o grupo desejava encontrar os vértices da função quadrática, observemos o diálogo:

Letícia: É, eu estava pensando, olha, o *y* do vértice é menos delta sobre quatro *a* e o *x* é menos *b* sobre dois *a*. *(referindo-se ao ponto do vértice da parábola, para encontrar a expressão matemática da função quadrática)*
Juliana: Isso, eu ia dizer para isolar um e substituir no outro. *(Mostrando que deveriam isolar o Xv por exemplo e substituir no Yv ou vice-versa)*
Letícia: Isolar o *a*?
Juliana: Qualquer um, só que aí tu tem três variáveis e duas equações, então tu tem uma variável livre. *(As estudantes consideraram os pontos (6, 0), (2, 0) e (4,4), substituíram na equação do Xv resultando em 8a+b=0, logo depois substituíram na equação do Yv encontrando a expressão 4a (4-c) = -b^2. Com estas duas equações fizeram um sistema, como podemos ver no recorte do material escrito pela Juliana abaixo.*

Evento: XXII Jornada de Pesquisa



Letícia: Mas daí não vai ficar raiz quadrada? *(Se referindo ao termo do b^2 que resultou do Yv como podemos verificar no recorte acima)*
Juliana: Mas isso não tem problema. O que eu estou dizendo é que tu vai ficar com zero, tipo *a* igual a zero e *b* igual a zero, não pode.
Maria: Aqui colocar quatro menos *c* igual a zero não dá né? *(se referindo a equação $4a(4-c)=-b^2$)*
Letícia: Tem como por expoente um meio na tua calculadora?
Juliana: Hum, o que tu quer elevar na um meio?
Letícia: É uma equação inteira na verdade, calma, eleva o dezesseis, vai ficar oito eu acho.
Juliana: Não, vai ficar quatro porque a operação inversa do expoente um meio é raiz quadrada, então quatro.
Letícia: Ta.

A estudante Letícia não conseguiu compreender o conceito de expoente, apresentando dificuldade na operação inversa. Esta teve ajuda da colega Juliana que explicou a relação, a partir da propriedade matemática, trazendo o conceito de operação inversa. Neste momento as pesquisadoras fizeram intervenções, na perspectiva de provocar novas discussões:

Pesq 01: Estão conseguindo resolver?
Letícia: Não chegamos a lugar nenhum e fizemos muitas contas, a gente tentou isolar o *a* aqui, mas daí tem esse também junto com o quatro.
Pesq 02: Vocês trabalharam só com o *x* do vértice? E os outros pontos? Se considerar, outros pontos o que podemos afirmar?
Letícia: Pois é, eu vou contar o dois ou o menos um?
Pesq 02: Por que o menos um?
Letícia: Porque tem ponto aberto.
Pesq 02: Olha aqui, se por exemplo for um ponto em cima do eixo *x*.
Juliana: A gente pode contar o dois e o zero?
Pesq 02: Deve, mas porque esse intervalo está aberto? Por exemplo, para essa função aqui a gente quer todos os valores maiores que dois, mas a gente tem que começar no dois, então o que a gente identifica no gráfico?

> *(Pesquisadora aguarda um tempo, sem resposta.)* Atribui o dois, mas indica intervalo aberto. *(Indicando para os intervalos aberto (bolinha aberta) e fechado (bolinha fechada) que estava explicito no gráfico).*
> **Letícia:** Então dá para fazer duas funções? Uma com o dois e zero e uma com o seis e zero e daí fazer um sistema? *(Neste caso houve uma confusão da estudante se referindo a função quando na verdade seria equação, pois ela teria dois pontos que são as raízes explicitas no gráfico e substituindo estes dois pontos na função quadrática, encontrava os seus parâmetros).*
> **Pesq 02:** Sim, pode. Porém tem vários métodos que vocês podem usar todos os pontos e outro que pode usar um ponto e o vértice. *(Considerando que se as estudantes usar todos os pontos (raízes e vértice) pode resolver por escalonamento ou pela Regra de Cramer, já que teremos neste caso um sistema de três equações e três variáveis, ou elas podem considerar a formula do Xv e isolar o valor de* b *em função de* a *como mostrado anteriormente, e depois substituir um dos pontos da raiz e utilizar o vértice e substituir na equação quadrática, encontrando os valores de a e c)*

Neste momento, elas preferiram trabalhar com o vértice da parábola e não por escalonamento. Consideraram o valor de b ($b = -8a$) por meio da equação do Xv e substituíram na equação quadrática ($y=ax^2+bx+c$) os pontos (2, 0) e (4, 4). Obtiveram um sistema da seguinte forma: $\begin{cases} -12a + c = 0 \\ -16a + c = 4 \end{cases}$ chegando na solução do problema, ou seja, encontrando os parâmetros a, b e c da função quadrática.

Considerações Finais

Percebemos que esta atividade desencadeou várias produções de argumentos e discussões entre os estudantes. Eles tiveram dificuldades principalmente nas atividades de tratamento necessários ao registro de representação gráfico, necessário à atividade de conversão do registro de representação algébrico, só conseguindo chegar à solução através das intervenções e questionamentos das pesquisadoras, considerando o objeto matemático, ou seja, a mediação conceitual.

É no processo da atividade orientado de ensino que os estudantes desenvolvem habilidades e competências relacionadas à sua profissão por meio da mediação semiótica através de processos de significação. Atividades estas que são organizadas intencionalmente pelo docente. Para Moura *et al* (2010), a atividade de ensino se concretiza na atividade de aprendizagem e esta acontece de forma consciente, sistematizada e organizada mediante a atividade de ensino.

Assim sendo, o conceito de função, objeto deste estudo, efetiva-se como um elemento de mediação, envolvendo estudantes e docentes em processos de ensino e aprendizagem. O desafio para os docentes é ensinar um determinado conceito, já para os estudantes é aprender este conceito.

Respondendo nossa problemática deste estudo, percebemos que as dificuldades por parte dos acadêmicos estavam na identificação das propriedades do registro de representação gráfico (atividade de tratamento) e na sua mobilização para o registro de representação algébrico, sendo que o tratamento do registro de representação gráfico, apresentou grande dificuldade dos estudantes, considerando a falta de conhecimento de suas propriedades. Isso pode ser uma consequência do ensino desenvolvido, que não prioriza atividade de tratamento.

Ressaltamos que as pesquisadoras promoveram a construção de um ambiente de aprendizagem, realizando intervenções baseadas em constantes questionamentos aos grupos de estudantes, visando a interação entre os mesmos com o conceito trabalhado. Além disso, realizamos o momento de sistematização geral que proporcionou a exploração do conteúdo no grande grupo, promovendo a socialização do que foi compreendido entre cada um dos estudantes envolvidos.

Referências

CURY, Helena Noronha. **Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática**. Educação Matemática Pesquisa, v.15, n.3, p. 547-562. São Paulo, 2013.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2012. p. 167 – 188.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

_____. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. (fascículo I). Tradução de Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=f9Vc7Hcv79wC&pg=PA7&hl=pt-BR&source=gbs_toc_r&cad=4#v=onepage&q&f=false. Acesso em 01 de dez. de 2015.

JUNIOR, Antonio Olímpio. **Compreensões de conceito de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática:** uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. Tese de doutorado. UNESP, Rio Claro, 2006.

LIBÂNEO, José Carlos. **Conteúdos, formação de competências cognitivas e ensino com pesquisa:** unindo ensino e modos de investigação. Universidade Católica de Goias. Cadernos de Pedagogia Universitária, nº11, 2009. Disponível em: . Acesso em: 02/07/2016.

MOURA, M. O. de. **Atividade de pesquisa em espaços de formação para a docência**. Jornada Nacional de Educação Matemática (6. 2016: Passo Fundo, RS). Quais os rumos da Educação

Matemática?[recurso eletrônico]/[coordenadoras dos eventos Neiva Ignês Grando, Sandra Mara Marasini]. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2016. Modo de acesso: .

MOURA, Manoel Oriosvaldo de *et al*.. **Atividade Orientadora de Ensino:** unidade entre ensino e aprendizagem. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

PATRÍCIO, Rafael Silva. **As dificuldades Relacionadas à aprendizagem do Conceito de vetor à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. Tese de doutorado. São Paulo, 2003.

SANTOS, Gefferson Luiz dos. **Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de Ciências Contábeis em resolução de problemas**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas. Londrina, 2014.

SILVA, Benedito Antonio. **Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo**. Educação Matemática. Pesquisa. São Paulo, v. 13, n. 3, p. 393-413, 2011.