

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS  
UTILIZANDO O MODELO HÍBRIDO DE KIM<sup>1</sup>  
MATHEMATICAL MODELING OF THE BATTERY LIFETIME USING KIM'S  
HYBRID MODEL**

**Odenis Alessi<sup>2</sup>, Vanessa Pansera<sup>3</sup>, Airam Teresa Zago Romcy Sausen<sup>4</sup>,  
Paulo Sérgio Sausen<sup>5</sup>**

<sup>1</sup> Pesquisa realizada durante o Curso de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI.

<sup>2</sup> Mestrando do Programa de Pós Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI, odenisalessi@hotmail.com.

<sup>3</sup> Mestranda do Programa de Pós Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI, bolsista UNIJUI, vpansera@hotmail.com.

<sup>4</sup> Professora Doutora do Programa de Pós Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática, airam@unijui.edu.br

<sup>5</sup> Professor Doutor do Programa de Pós Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática, sausen@unijui.edu.br

**Resumo**

Através da disseminação de dispositivos eletrônicos móveis, percebeu-se a importância do estudo do tempo de vida das baterias que são utilizadas como fonte de energia destes dispositivos. Uma das ferramentas utilizadas no estudo do tempo de vida das baterias é a modelagem matemática que, através de diferentes modelos, possibilita simular o tempo de vida das mesmas, como também, auxilia na identificação de características importantes de seu funcionamento. Dentre os modelos matemáticos, estão os modelos híbridos que são constituídos a partir da união de pelo menos dois modelos diferentes. Neste trabalho é realizada a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítion Íon Polímero (Li-Po) a partir de um modelo híbrido formado pela união do Modelo Elétrico para Predizer Runtime e Características V-I e o Modelo Cinético de Bateria (KiBaM). Destaca-se que a estimação dos parâmetros da parte elétrica do modelo será realizada através de um Ajuste de Curvas e a estimação dos parâmetros da parte analítica do modelo é realizada utilizando perfis de descarga estatisticamente diferentes. A validação do modelo consiste em uma análise comparativa entre os resultados simulados pelo modelo e os resultados experimentais. As simulações computacionais são realizadas na ferramenta computacional Matlab/Simulink. A análise realizada mostra que este modelo híbrido apresenta resultados satisfatórios.

**Abstract**

Through the dissemination of mobile electronic devices, it was important to study the lifetime of batteries that are used as energy source for these devices. One of the tools used in this study is the mathematical modeling that, through different models, makes it possible to simulate the lifetime of the batteries, as well as it helps to identify important characteristics of its operation.

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

Among the mathematical models, there are the hybrid models that are constituted from the union of at least two different models. In this work the mathematical modeling of the life time of Polymer Ion batteries from a hybrid model formed by the union of the Electrical Model to Predict Runtime and V-I Characteristics and the Kinetic Battery Model (KiBaM) is performed. It is emphasized that the estimation of the parameters of the electric part of the model will be performed through a Curve Adjustment and the estimation of the parameters of the analytical part of the model is performed using statistically different discharge profiles. The validation of the model consists of a comparative analysis between the results simulated by the model and the experimental results. The computational simulations are performed in the Matlab/Simulink computational tool. The analysis performed shows that this hybrid model presents satisfactory results.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Modelos Híbridos, Baterias.

**Keywords:** Mathematical Modeling, Hybrid Models, Batteries.

## 1 INTRODUÇÃO

Baterias são cada vez mais utilizadas como fonte de energia para diversos dispositivos eletrônicos. Além de possibilitarem o funcionamento do sistema, elas permitem que haja mobilidade na utilização destes dispositivos, sem a necessidade de conexão a uma fonte fixa de energia por períodos determinados de tempo.

Aliado ao desenvolvimento tecnológico alcançado pela indústria eletrônica nos últimos anos e à disseminação e expansão na produção de dispositivos eletrônicos móveis, na qual há grande aplicabilidade das baterias, aumentou-se simultaneamente a preocupação com a duração da carga das baterias. Isto justifica-se pelo fato de que o tempo em que o usuário poderá utilizar o dispositivo móvel sem conexão a uma fonte fixa de energia é diretamente dependente do tempo de vida da bateria, isto é, do tempo em que a mesma leva para descarregar totalmente. Inclusive, tem-se buscado oferecer ao mercado baterias que apresentem uma maior capacidade de energia, com tempo de vida prolongado e que ainda correspondam às diferentes especificações, tanto em design quanto em tamanho. Percebe-se então a importância do estudo do tempo vida das baterias, como também de seu comportamento nos processos de carga e descarga, anteriormente à sua utilização em qualquer dispositivo.

Uma opção na realização deste estudo é a modelagem matemática, que através de diferentes modelos, simula o tempo de vida das baterias, como também, auxilia na identificação de características importantes de seu funcionamento. De forma geral, os modelos utilizados na predição do tempo de vida das baterias podem ser classificados em diferentes grupos, sendo eles: os eletroquímicos, os elétricos, os analíticos, os estocásticos, os via identificação de sistemas e os híbridos (JORGERDEN; HAVERKORT, 2008; GOMES, 2017).

Considerados uma nova tendência na modelagem matemática do tempo de vida das baterias, os modelos híbridos são constituídos a partir da união de pelo menos dois modelos diferentes. Devido a isto, conseguem agregar e unir as vantagens dos modelos utilizados na sua concepção, possibilitando realizar modelagens em que é possível a identificação de várias características

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

importantes do processo analisado, como também, bons níveis de acurácia. Em sua maioria, os modelos híbridos são concebidos pela união de um modelo elétrico e um modelo analítico. Um destes modelos foi desenvolvido por Kim (2011), e se caracteriza pela união do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I (tensão e corrente) de Chen e Rincón-mora (2006), com o modelo analítico Kinetic Battery Model (KiBaM) de Manwell e McGowan (1993). O modelo elétrico fornece as características de tensão e corrente, que são importantes no processo de descarga da bateria e o modelo analítico fornece o estado da carga (SOC) e o tempo de vida da bateria, também considerando os efeitos não lineares (i.e., efeito de recuperação e efeito de taxa de capacidade [RAO; VRUDHULA; RAKHMATOV, 2003]) presentes no processo de descarga e que não são considerados pelo modelo elétrico. Assim, através da união de ambos, origina-se o modelo híbrido que, além de modelar o tempo de vida da bateria, fornece as características elétricas da mesma.

No Grupo de Automação Industrial e Controle - GAIC da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUI, já foram desenvolvidos alguns trabalhos realizando a aplicação do modelo híbrido de Kim (2011) na predição do tempo de vida das baterias. Nestes trabalhos, os valores dos parâmetros empíricos da parte elétrica do modelo são obtidos da literatura (KIM, 2011; CHEN, 2006) sendo estimados somente os parâmetros empíricos da parte analítica do modelo. Neste contexto, o principal objetivo deste trabalho é realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po) a partir do modelo híbrido de Kim (2011). Para a estimação dos parâmetros da parte analítica do modelo foi realizada a Análise da Variância (Anova) visando verificar a existência de diferença estatística entre os perfis. Além disto, foi aplicado o teste Tukey, para verificar a existência de médias estatisticamente iguais (FREITAS, 2017). Observa-se que a estimação dos parâmetros da parte elétrica do modelo é realizada através de um Ajuste de Curvas desenvolvido por Wottrich (2017) considerando dados experimentais de baterias Li-Po obtidos de uma plataforma de testes. A validação do modelo consiste em uma análise comparativa entre os resultados simulados pelo modelo e os resultados experimentais. As simulações computacionais são realizadas na ferramenta computacional Matlab/Simulink. A partir da análise dos resultados é mostrado que este modelo híbrido de Kim (2011) apresenta resultados satisfatórios.

O restante do artigo está organizado como segue. Na Seção 2, são apresentados os modelos utilizados na concepção do modelo híbrido, assim como o modelo híbrido e suas equações. Na Seção 3, é descrita a metodologia utilizada para a obtenção dos dados experimentais e o desenvolvimento deste trabalho. Na Seção 4, faz-se a análise e discussão dos resultados obtidos e, por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA

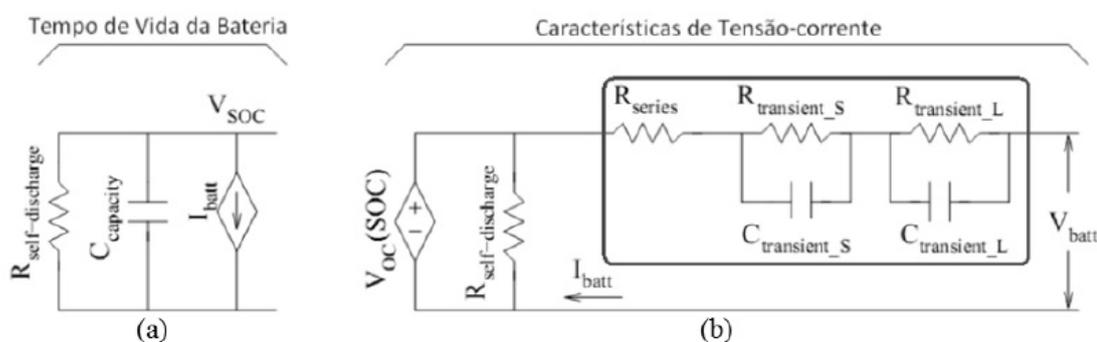
Nesta seção é apresentado o modelo híbrido de Kim (2011). Para que ocorra um melhor entendimento do modelo, inicialmente são descritos os modelos originais que constituem o modelo híbrido, e em seguida, é apresentado a união entre os modelos originais, juntamente com as equações do modelo híbrido.

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

## 2.1 MODELO ELÉTRICO

O modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) é composto por dois circuitos separados relacionados entre si por uma fonte de tensão e uma fonte de corrente, conforme mostrado na Figura 1:

Figura 1: Ilustração do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I.



Fonte: Chen e Rincón-Mora (2006).

Cada circuito é responsável pela modelagem de características diferentes, na qual o circuito (a) é responsável pela modelagem do estado da carga (SOC) e do tempo de vida, onde a resistência de auto descarga  $R_{self-discharge}$  é usada para caracterizar a perda de energia da auto descarga da bateria, o capacitor  $C_{capacity}$  representa a capacidade utilizável da bateria,  $I_{batt}$  é a fonte de corrente controlada, e  $V_{SOC}$  é a tensão inicial no capacitor. Além disto, o  $V_{SOC}$  representa o SOC da bateria, podendo variar de 0 V a 1 V, sendo 0 V um SOC de 0% e 1 V um SOC de 100%. O circuito (b) por sua vez, modela a resposta transiente e as características de tensão e corrente da mesma, onde a fonte de tensão controlada  $V_{oc}(V_{SOC})$  representa a relação entre o estado da carga  $V_{SOC}$  e a tensão do circuito aberto  $V_{oc}$ . A resistência em séries, representada por  $R_{series}$  é utilizada para representar a descarga da bateria e os resistores ( $R_{transientS}$  e  $R_{transientL}$ ) como os capacitores ( $C_{transientS}$  e  $C_{transientL}$ ) são utilizados para representar as respostas de curta e longa duração respectivamente.

O modelo elétrico é considerado acurado, pois captura as características dinâmicas da bateria, como a tensão de circuito aberto e da resposta transiente. Entretanto, os principais efeitos não lineares presentes no processo de descarga (i.e. efeito de recuperação e efeito da taxa de capacidade) não são considerados.

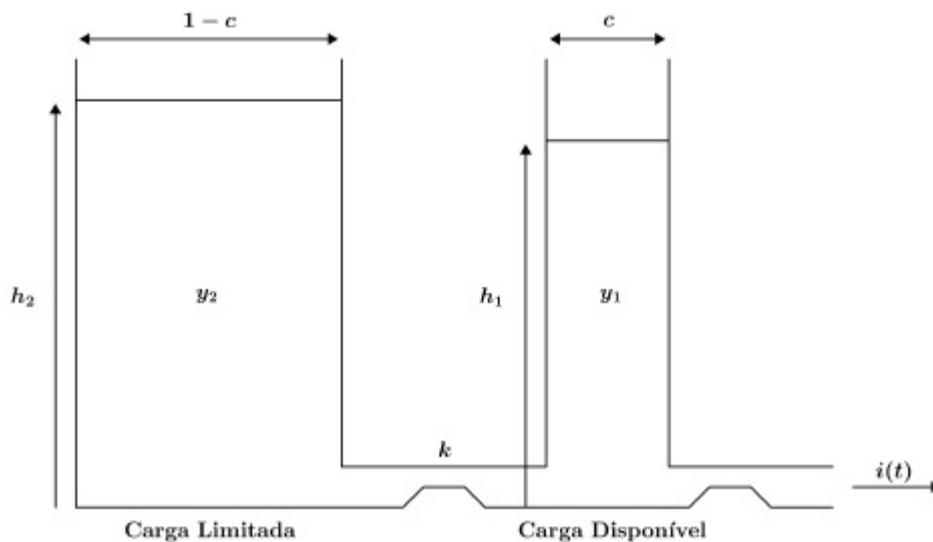
## 2.2 MODELO ANALÍTICO

Nesta seção é apresentado o modelo analítico de bateria Kinetic Battery Model (KiBaM), desenvolvido por Manwell e McGowan (1993) para modelar os processos químicos presentes em baterias de chumbo-ácido. Seu desenvolvimento baseia-se na distribuição da carga da bateria em

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

duas fontes: a fonte de carga disponível e a fonte de carga limitada, conforme representado na Figura 2:

Figura 2: Representação esquemática do modelo KiBaM.



Fonte: Manwell e McGowan (1993).

Sendo que  $y_1$  representa a carga disponível da bateria,  $y_2$  representa a carga limitada,  $h_1$  e  $h_2$  são as alturas das cargas, respectivamente;  $c$  é a fração da carga total que corresponde à carga disponível e  $1-c$  é a fração da carga total que corresponde à carga limitada. Durante o processo de descarga, a fonte de carga disponível fornece elétrons diretamente a corrente  $i(t)$ , enquanto a fonte de carga limitada fornece elétrons somente para a fonte de carga disponível. Assim, o fluxo de elétrons que ocorre entre as fontes de carga limitada e disponível equivale a uma taxa  $k$  e que depende da diferença entre as alturas  $h_1$  e  $h_2$ , onde  $h_1$  representa o SOC da bateria.

A variação entre as alturas das fontes de carga disponível e limitada é dada pelo seguinte sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs):

$$\begin{cases} \frac{dy_1(t)}{dt} = -i(t) + k'cy_2(t) - k'(1-c)y_1(t) \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = -k'cy_2(t) + k'(1-c)y_1(t) \end{cases} \quad (1)$$

Para a resolução do sistema de EDOs apresentado na equação (1), em que a corrente de descarga é constante, isto é  $i(t) = I$ , considera-se as seguintes condições iniciais:  $y_1(0) = cC$  e  $y_2(0) = (1-c)C$ , em que  $y_1(0)$  e  $y_2(0)$  são as quantidades de carga disponível e limitada

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

respectivamente em  $t=0$  e  $C$  a capacidade total da bateria. Assim, utilizando os conceitos de Transformada de Laplace e sua Inversa, o sistema é resolvido, e as soluções são:

$$\begin{cases} y_1(t) = y_1(0)e^{-k't} + \frac{(y_0 k' c - I)(1 - e^{-k't})}{k'} - I c \frac{(k't - 1 + e^{-k't})}{k'} \\ y_2(t) = y_2(0)e^{-k't} + y_0(1 - c) \left(1 - e^{-k't}\right) - \frac{I(1 - c) [k't - 1 + e^{-k't}]}{k'} \end{cases} \quad (2)$$

onde:  $k' = k / [(1 - c)c]$  é definida a fim de facilitar a resolução do modelo,  $y_0$  é a soma entre  $y_1(0)$  e  $y_2(0)$ . Ainda é possível definir  $\delta(t)$  que é a diferença entre as alturas, dada pela equação:

$$\delta(t) = h_2 - h_1 = \frac{y_2(t)}{1 - c} - \frac{y_1(t)}{c} \quad (3)$$

sendo utilizada para definir a equação que determina a quantidade de carga indisponível, dada por:

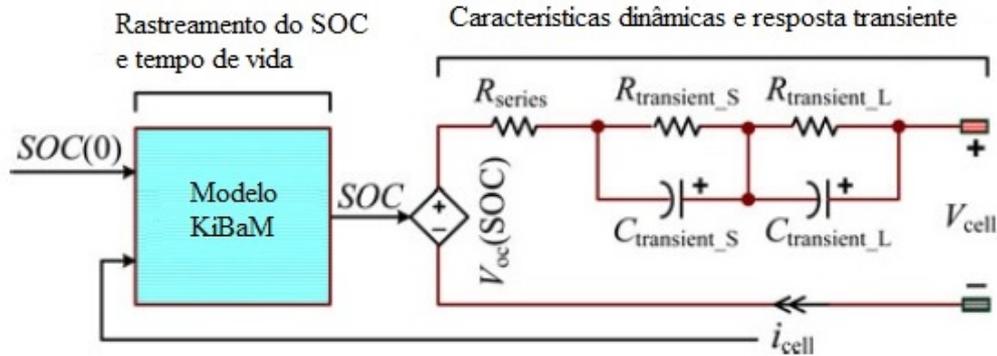
$$u(t) = (1 - c)\delta(t) \quad (4)$$

### 2.3 MODELO HÍBRIDO

O modelo híbrido proposto por Kim (2011) utilizado para prever o tempo de vida de baterias é caracterizado pela união do modelo elétrico para Prever Runtime e Características V-I com o modelo analítico KiBaM. Para sua concepção, o modelo elétrico foi escolhido por capturar as características dinâmicas do circuito da bateria, como a tensão de circuito aberto, a tensão terminal e a resposta transiente e o modelo analítico por capturar os efeitos não lineares do processo de descarga, (i.e. efeito de recuperação e efeito taxa de capacidade) que não são capturados pelo modelo elétrico. O desenvolvimento do modelo híbrido ocorre com a substituição dos componentes responsáveis pelo estado da carga e o tempo de vida da bateria, no modelo elétrico, pelas equações baseadas no modelo analítico KiBaM. A representação esquemática do modelo híbrido é mostrada na Figura 3:

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

Figura 3: Esquema do modelo híbrido de Kim.



Fonte: Gomes (2011).

Para realizar a modelagem do processo de descarga da bateria, considera-se um período de tempo em que  $t_0 < t < t_r$ , em que no período de  $t_0 < t < t_d$ , com  $t_d < t_r$ , a bateria é descarregada por uma corrente constante (i.e.  $i_{cell} = I > 0$ ) e passa por um momento de relaxação (i.e.  $i_{cell} = I = 0$ ) no período de  $t_d < t < t_r$ . Assim o SOC pode ser determinado pela seguinte equação:

$$SOC(t) = \frac{C_{available}(t)}{C_{max}} \quad (5)$$

onde:  $C_{available}(t)$  e  $C_{max}$  são a capacidade disponível e a capacidade nominal da bateria respectivamente. A capacidade disponível é determinada por:

$$C_{unavailable}(t) = C_{initial} - l(t) - C_{anavailable}(t) \quad (6)$$

onde:  $C_{initial}$  é a capacidade inicial da bateria,  $l(t)$  é a carga total consumida pelo sistema e  $C_{unavailable}(t)$  é a capacidade indisponível da bateria. Por sua vez,  $l(t)$  é o determinada por:

$$l(t) = \int i_{cell} dt \quad (7)$$

Para determinar  $C_{unavailable}(t)$  utiliza-se as equações do modelo KiBaM. Desta forma

$$C_{unavailable}(t) = u(t) \quad (8)$$

e através de substituições e manipulações matemáticas encontra-se:

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

$$u(t) = \begin{cases} \left(1-c\right) \left[ \delta(t_0) e^{-k'(t-t_0)} + \frac{I}{c} \frac{1-e^{-k'(t-t_0)}}{k'} \right] & t_0 < t < t_d \\ (1-c) \delta(t_d) e^{-k'(t-t_d)} & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (9)$$

onde:  $c$  é a capacidade total da bateria  $C$ ,  $\delta(t_0)$  é a diferença entre as alturas das fontes do modelo KiBaM no início do processo de descarga,  $k'$  é a constante relacionada entre a taxa de difusão de energia entre as fontes de carga,  $\delta(t_d)$  é a diferença entre as alturas das fontes do modelo KiBaM no tempo final do processo de descarga,  $I$  é a corrente de descarga,  $t_0$  é o tempo inicial,  $t_d$  é o tempo final de descarga e  $t_r$  é o tempo que resta para terminar o período.

Durante o processo de descarga, que acontece no período de  $t_0 < t < t_d$ , os valores da função  $u(t)$  aumentam, caracterizando o aumento da carga indisponível, representando o efeito não linear denominado efeito da taxa de capacidade. Já no intervalo  $t_d < t < t_r$ , os valores para  $u(t)$  diminuem, ou seja, a carga indisponível diminui, pois a carga da fonte indisponível flui para a fonte de carga disponível, representando assim, o efeito não linear denominado efeito de recuperação. Assim,  $C_{\text{unavailable}}(t)$  também pode ser expressa por:

$$C_{\text{unavailable}}(t) = \begin{cases} C_{\text{unavailable}}(t_0) e^{-k'(t-t_0)} + (1-c) \frac{I}{c} \frac{1-e^{-k'(t-t_0)}}{k'} & t_0 < t < t_d \\ C_{\text{unavailable}}(t_d) e^{-k'(t-t_d)} & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (10)$$

onde:  $C_{\text{unavailable}}(t_0)$  e  $C_{\text{unavailable}}(t_d)$  são a capacidade indisponível no início da descarga e a capacidade indisponível no fim da descarga, respectivamente.

Desta forma, o SOC é dado por:

$$\text{SOC}(t) = \text{SOC}_{\text{initial}} - \frac{I}{C_{\text{max}}} \left[ \int i_{\text{cell}}(t) dt + C_{\text{unavailable}}(t) \right] \quad (11)$$

onde: o  $\text{SOC}_{\text{initial}}$  é o SOC estimado antes de  $t_0$ .

A tensão do modelo é expressa por:

$$V_{\text{cell}}(t) = V_{\text{oc}}[\text{SOC}(t)] - i_{\text{cell}}(t) R_{\text{series}} - V_{\text{transient}}(t) \quad (12)$$

onde:  $V_{\text{cell}}(t)$  é a tensão,  $V_{\text{oc}}[\text{SOC}(t)]$  é a tensão do circuito aberto,  $R_{\text{series}}$  são as resistências em séries e  $V_{\text{transient}}(t)$  é a tensão transiente. Estes termos são expressos por equações originárias do modelo elétrico utilizado. Assim:

$$V_{\text{oc}}[\text{SOC}(t)] = a_0 e^{-a_1[\text{SOC}(t)]} + a_2 + a_3[\text{SOC}(t)] - a_4[\text{SOC}(t)]^2 + a_5[\text{SOC}(t)]^3 \quad (13)$$

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

$$R_{\text{series}}[\text{SOC}(t)] = b_0 e^{-b_1[\text{SOC}(t)]} + b_2 \quad (14)$$

$$V_{\text{transient}}(t) = V_{\text{transientS}}(t) + V_{\text{transientL}}(t) \quad (15)$$

onde:  $V_{\text{transientS}}(t)$  é a tensão transiente de curta duração e  $V_{\text{transientL}}(t)$  a tensão transiente de longa duração e que são determinadas pelas seguintes equações:

$$V_{\text{transientS}}(t) = \begin{cases} R_{\text{transientS}} i_{\text{cell}}(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau S}} \right] & t_0 < t < t_d \\ V_{\text{transient}}(t_d) e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau S}} & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (16)$$

onde:  $R_{\text{transientS}}$  é resistência transiente de curta duração,  $V_{\text{transientS}}(t_d)$  é a tensão transiente de curta duração no final da descarga e  $\tau S$  é o produto entre  $R_{\text{transientS}}$  e  $C_{\text{transientS}}$  que é a capacitância transiente de curta duração.

$$V_{\text{transientL}}(t) = \begin{cases} R_{\text{transientL}} i_{\text{cell}}(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau L}} \right] & t_0 < t < t_d \\ V_{\text{transientL}}(t_d) e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau L}} & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (17)$$

onde:  $R_{\text{transientL}}$  é a resistência transiente de longa duração,  $V_{\text{transientL}}(t_d)$  é a tensão transiente de longa duração no final da descarga e  $\tau L$  é o produto entre  $R_{\text{transientL}}$  e  $C_{\text{transientL}}$  que é a capacitância transiente de longa duração.

Os parâmetros que modelam a tensão transiente são funções do SOC e são dadas pelas seguintes equações:

$$R_{\text{transientS}}[\text{SOC}(t)] = c_0 e^{-c_1[\text{SOC}(t)]} + c_2 \quad (18)$$

$$C_{\text{transientS}}[\text{SOC}(t)] = d_0 e^{-d_1[\text{SOC}(t)]} + d_2 \quad (19)$$

$$R_{\text{transientL}}[\text{SOC}(t)] = e_0 e^{-e_1[\text{SOC}(t)]} + e_2 \quad (20)$$

$$C_{\text{transientL}}[\text{SOC}(t)] = f_0 e^{-f_1[\text{SOC}(t)]} + f_2 \quad (21)$$

### 3 METODOLOGIA

Os dados experimentais necessários para a estimação dos parâmetros do modelo híbrido, assim como para a validação do mesmo, são provenientes do trabalho desenvolvido por Freitas (2017). Estes dados experimentais foram obtidos através de uma plataforma de testes desenvolvida no GAIC, sendo que, foram utilizados oito baterias novas do tipo Li-Po, série 383562-2C com tensão nominal de 3,7 volts e capacidade nominal de 800 mAh adotando-se carga lenta. Sobre os perfis de descarga, foi realizado a Análise da Variância (Anova), visando verificar a existência de

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

diferença estatística entre os perfis. Além disto, Freitas aplicou o teste Tukey, para verificar a existência de médias estatisticamente iguais (FREITAS, 2017). Após os testes, Freitas construiu a Tabela 1, onde é possível perceber o modo com que as médias estão agrupadas, recebendo as mesmas letras às médias que são iguais estatisticamente.

Tabela 1: Dados experimentais: médias por perfis de agrupamento.

Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.
50	940,37	a
75	606,94	b
100	465,98	c
125	384,76	d
150	304,10	e
175	272,23	f
200	227,99	g
225	203,49	h
250	184,01	hi
275	165,17	ij
300	149,47	jk
325	141,29	kl
350	130,47	klm
375	123,11	lmn
400	114,59	mno
425	108,38	mnop

Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.
450	100,91	nopq
475	94,26	opqr
500	90,58	pqrs
525	86,20	pqrst
550	81,69	qrstu
575	77,84	qrstuv
600	74,69	rstuvw
625	71,33	rstuvw
650	68,41	stuvw
675	65,97	tuvw
700	63,51	tuvw
725	60,69	uvw
750	58,68	uvw
775	56,63	vw
800	54,64	w

Fonte: Freitas (2017).

Desta forma, visando garantir resultados não tendenciosos, são escolhidos perfis de descarga estatisticamente diferentes, resultando nos dados da Tabela 2, que são usados para estimação dos parâmetros do modelo e nos dados da Tabela 3, que são utilizados para validação do modelo.

Tabela 2: Dados para estimação dos parâmetros.

Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.
75	606,94	b
125	384,76	d
175	272,23	f
225	203,49	h
325	141,29	kl
500	90,58	pqrs

Fonte: Próprio Autor (2017).

Tabela 3: Dados para validação do modelo híbrido.

Perfil (mA)	Média (min)	Agrup.
50	940,37	a
100	465,98	c
150	304,10	e
200	227,99	g
275	165,17	ij
400	114,59	mno
675	65,97	tuvw

Fonte: Próprio Autor (2017).

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

A partir dos dados experimentais (Tabela 2), é possível estimar os parâmetros da parte analítica do modelo híbrido. Eles são estimados através do método dos Mínimos Quadrados não linear utilizando o software MATLAB.

Os parâmetros da parte elétrica do modelo híbrido são obtidos através do trabalho desenvolvido por Wottrich (2017), onde foram estimados através do método de Ajuste de Curvas a partir de dados obtidos de curvas experimentais.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando a metodologia citada anteriormente, foram determinados os seguintes valores para os parâmetros para a parte analítica do modelo híbrido:  $k' = 5,2891 \times 10^6$ ,  $c = 1,4539 \times 10^{-8}$  e  $y_0 = 4,9399 \times 10^4$ . Os parâmetros da parte elétrica do modelo híbrido, como comentado anteriormente, foram obtidos através do trabalho de Wottrich (2017) e são apresentados a seguir:

Tabela 4: Parâmetros do modelo elétrico.

$a_0$	-1,0931	$b_0$	1,0632	$d_0$	-455,1850	$f_0$	-2342,0565
$a_1$	23,8482	$b_1$	41,0174	$d_1$	9,4617	$f_1$	6,3571
$a_2$	3,7037	$b_2$	0,3169	$d_2$	548,3854	$f_2$	3036,0800
$a_3$	0,0808	$c_0$	0,5927	$e_0$	0,3325		
$a_4$	0,2980	$c_1$	18,7453	$e_1$	4,2892		
$a_5$	0,1428	$c_2$	0,0721	$e_2$	0,0146		

Fonte: Wottrich (2017).

Com os valores dos parâmetros determinados, é possível realizar as simulações computacionais do processo de descarga das baterias a partir do modelo de Kim (2011). As simulações são realizadas no software MatLab/Simulink, que permite representar o modelo híbrido através de diagrama de blocos. Assim, utilizando os dados presentes na Tabela 3, o modelo é simulado e o tempo de vida da bateria é obtido para cada perfil de descarga. Em seguida é calculado o erro existente entre o tempo de vida simulado pelo modelo híbrido e o tempo de vida médio, utilizando a seguinte equação:

$$\text{Erro} = 100 \left| \frac{TV_{sim}}{TV_{med}} - 1 \right| \quad (22)$$

onde:  $TV_{sim}$  é o tempo de vida simulado para cada perfil e  $TV_{med}$  é o tempo de vida médio correspondente. Os valores dos tempos de vida, como dos erros encontrados para cada perfil de descarga é apresentado na Tabela 5:

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

Tabela 5: Tempos de vida simulados e erros encontrados para cada perfil de descarga:

Perfil (mA)	$TV_{med}$	$TV_{sim}$	Erro
50	940,37	952,13	1,25%
100	465,98	473,98	1,72%
150	304,10	314,68	3,48%
200	227,99	235,08	3,11%
275	165,17	170,00	2,92%
400	114,59	115,82	1,07%
675	65,97	67,30	2,02%

Fonte: Próprio Autor (2017).

A partir dos valores presentes na Tabela 5 é calculado o erro médio entre os erros de cada perfil. Desta forma, realizando a média aritmética entre os erros, encontrou-se o valor de 2,22% de erro médio. Este valor é considerado aceitável e caracteriza o modelo híbrido como acurado, pois está dentro da margem de erro estatisticamente aceita pela literatura técnica (CHEN, 2006).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises realizadas é possível concluir que o modelo híbrido de Kim (2011) apresentou resultados satisfatórios, apresentando um bom nível de acurácia, com erro médio de 2,22%, menor que 5%, que é o indicado e aceitável para modelos matemáticos na literatura técnica.

Como trabalhos futuros, poderá ser considerado nas simulações correntes de descarga variáveis, como também, a utilização de outros modelos híbridos presentes na literatura técnica na modelagem matemática do tempo de vida das baterias.

## REFERÊNCIAS

CHEN, M; RINCÓN-MORA, G. A. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance, **IEEE Transactions on Energy Conversion**, jun. 2006. p. 504-511. DOI: 10.1109/TEC.2006.874229.

FREITAS, D. J. B. et al. Identificação de Sistemas Aplicada à Predição do Tempo de Vida de Baterias de Li-Po Utilizadas em Dispositivos Móveis. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied**

**Evento:** XXII Jornada de Pesquisa

**Mathematics.** No prelo. 2017.

GOMES, L. B. **Proposição de um modelo híbrido considerando a lei de Peukert Estendida para a predição do tempo de vida de baterias,** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Modelagem Matemática) – Curso de Pós Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí - RS, mar. 2017.

JORGERDEN, M. R.; HAVERKORT, B. Battery modeling, **Faculty Electrical Engineering**, Tech. Rep., jan. 2008.

KIM, T. A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics an nonlinear capacity effects, **IEEE Transactions on Energy Conversion**, dez. 2011. p. 1172-1180. DOI: 10.1109/TEC.2011.2167014

MANWELL, J.; MCGOWAN, J., Lead acid battery storage model for hybrid energy systems, **Solar Energy**, vol. 50, 1993. p. 399-405. DOI: 10.1016/0038-092X(93)90060-2

RAO, R.; VRUDHULA, S.; RAKHMATOV, D. N. Battery modeling for energy-aware system design, **IEEE Computer Society**, p. 77-87, dez. 2003. DOI: 10.1109/MC.2003.1250886

WOTTRICH, S. C. **Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítion íon Polímero a partir do Modelo Elétrico para Predizer Runtime e Caraterísticas V-I.** 2017 Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Curso de Pós Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2017.