Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

A SIGNIFICAÇÃO DO CONCEITO VETOR, NO CONTEXTO DA GEOMETRIA ANALÍTICA, POR ACADÊMICOS[1]

Isabel Koltermann Battisti[2], Cátia Maria Nenring[3].

[1] Texto produzido a partir de pesquisa desenvolvida no curso de doutorado, do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências/UNIJUÍ.
[2] Integrante do GEEM. Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Educação nas Ciências da UNIJUÍ.
[3] Coordenadora do GEEM. Orientadora da Pesquisa. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências/UNIJUÍ.

1.Introdução

A formação acadêmica visa à formação profissional e com e a partir desta ter a possibilidade de atuar numa determinada realidade. O que permite a esse sujeito atuar como tal na sociedade e intervir sobre ela de forma consciente, criativa e autônoma é a apropriação do significado de conceitos científicos relacionados, especialmente, à sua área de formação. A apropriação de tais significações conceituais promove o estabelecimento de processos específicos de generalização e abstração, de procedimentos e de formação dos conceitos e operações com eles, possibilita o desenvolvimento de capacidades cognitivas fundamentais à sua atuação profissional. Cria condições favoráveis para que se aproprie dos fundamentos da cultura teórica atual relacionados à sua área, e intervir como profissional na sociedade da qual faz parte, a produzir novos conhecimentos e, assim, desenvolver-se profissionalmente.

Nesse sentido, conceitos estruturantes de um programa curricular de cursos de formação profissional em nível superior, são instrumentos de mediação entre o sujeito (profissional) e a sua realidade quando em atividade profissional, e a sua significação pelo acadêmico é essencial em sua formação. Porém, tal apropriação implica na interação com outros sujeitos já portadores destes saberes e instrumentos, e se constitui nas relações intersubjetivas. Nessa perspectiva, "[...] a educação e o ensino se constituem como formas universais e necessárias do desenvolvimento mental, em cujo processo se ligam os fatores socioculturais e as condições internas dos indivíduos." (LIBÂNEO e FREITAS, 2006, p. 3).

Frente ao exposto, o presente estudo se constitui a partir do recorte de uma pesquisa de doutorado, que objetiva analisar, com e a partir de ações de uma disciplina de um curso de Engenharia, a estruturação/articulação/proposição da mediação na constituição de processos que visam à significação do conceito vetor e operações de vetores pelo acadêmico. O recorte proposto para esta escrita se faz a partir do questionamento: quais aspectos mostram-se relevantes na significação do conceito vetor, no contexto da geometria analítica, por acadêmicos, no processo de ensino e de aprendizagem, em ações de uma aula da disciplina de Geometria Analítica e Vetores, de cursos de Engenharia? Objetiva-se assim, neste momento, apresentar resultados parciais e pontuais da pesquisa em desenvolvimento que atentem à questão apresentada.

2. Metodologia

Na produção do conhecimento novo e da própria ciência, a atividade teórica e a atividade prática estão em mútua ação, o que faz com que nenhuma interpretação esteja isenta do real, como também,

que nenhuma experiência esteja desacompanhada da atividade racional que a inspira e a orienta. A realidade a ser compreendida pelos homens, de acordo com Caraça (1998), apresenta duas características: a interdependência e a fluência, que atendem à historicidade e à totalidade dos fatos. Nesse contexto Caraça (1998) propõe o conceito de isolado que significa o integrante do todo, como uma secção da realidade que conserva "[...] todos os fatores que, ao se interdependenderem, têm influência marcante no fenômeno a estudar" (MOURA, 2004, p. 267). Isolados, na pesquisa em questão, são como princípio da metodologia dialética, em que toma uma unidade que faz parte do todo para análise, e são explicitados na forma de episódios. Os episódios, entendidos como classes de fatos e/ou situações que explicitam empiricamente o fenômeno, são apresentados por um conjunto de cenas selecionadas dentre os dados produzidos.

Na presente escrita está sendo considerado aspectos de um dos isolados constitutivos das análises da pesquisa: o sentido de mediação no processo de ensino e de aprendizagem proposto por ações de uma disciplina de um curso de Engenharia. Esse isolado é composto por três episódios: a formação do conceito vetor: desenvolvimento de um processo único que articula conceitos científicos e espontâneos; vetor: uma classe de equivalência determinada pela relação de equipolência e o conceito vetor no contexto da geometria analítica. Tais episódios se fazem a partir de nove cenas. Nessa escrita as discussões consideram uma cena (Cena 1) constitutiva do terceiro episódio.

A Cena 1 foi produzida a partir de ações da pesquisadora – primeira autora -, indicada no texto por PP. Esta ministrou oito aulas da disciplina Geometria Analítica e Vetores, em uma turma de cursos de engenharia, na mesma universidade em que atua como professora. Estas foram gravadas e transcritas (T) e geraram dados. A Cena 1 se faz a partir do diálogo estabelecido entre PP e acadêmicos, indicados no texto por AC1, AC2,..., em sua segunda aula.

As análises se fazem a partir de proposições apresentadas, especialmente por Vygotsky (1991), Caraça (1998); Moura (2004, 2007); Apostol (1979) e Hegenberg (1971).

3. A Significação do conceito vetor por acadêmicos

Vetor é um conceito que faz parte do programa curricular dos cursos mais tradicionais da engenharia. De maneira geral, na Matemática, um vetor é qualquer elemento de um Espaço Vetorial, nesse sentido, um número real, uma matriz, uma sequência ou uma função podem ser tratados como um vetor. Geometricamente, no contexto da Geometria Analítica, vetor é entendido como uma classe de equivalência de segmentos orientados equipolentes entre si, ficando definido a partir das noções de módulo, direção e sentido. Pelas características e suas propriedades, o conceito vetor e o desenvolvimento de toda uma matemática relacionada a espaços vetoriais são indispensáveis em situações de várias áreas de conhecimento e, de forma especial, quando envolve o campo da mecânica na Física, em grandezas como força, torque e velocidade. Estes conceitos aparecem como estruturantes em situações como dimensionamento de vigas e treliças, elevadores, guindastes, carregamentos, reações de apoio, nas quais existem forças envolvidas, mas também em situações relacionadas ao campo elétrico.

3.1 O conceito vetor no contexto da geometria analítica

Para alcançar um nível de apropriação do significado do conceito vetor, considerando a relação de equipolência como o germe de sua noção, vetor, como objeto matemático, precisa ser, efetivamente descrito. Essa descrição pode ser elaborada por via geométrica, analítica ou axiomática. Analiticamente, de acordo com Apostol (1979, p. 520), os vetores e suas correspondentes operações são completamente descritos por números designados de componentes, o que resulta da descrição

geométrica desde que se introduza um sistema de coordenadas. Na abordagem considerada na pesquisa, a geometria analítica se configura como um contexto matemático no qual o objeto matemático vetor é tratado.

Visando à produção de entendimentos acerca da significação de vetor pelos acadêmicos, no contexto da geometria analítica, opta-se em trazer uma cena a qual considera o desenvolvimento de uma atividade que faz uso de um software de geometria dinâmica. A análise desta sugere que foi proposta com vistas à produção de entendimentos pelos acadêmicos sobre como encontrar o valor das componentes do vetor a partir de representações no referido software.

(1) PP: Nesta atividade estou pedindo para vocês representarem no plano um vetor denominado de u e diferentes representantes deste vetor. (Alguns acadêmicos iam desenvolvendo em seus notebooks, outros fazendo anotações a partir da representação que PP ia fazendo e mostrando no data show).

(2) PP: Olha, representei neste plano, diferentes segmentos orientados. Esses vetores estão distribuídos no plano e são segmentos orientados equipolentes. (A Figura 1 apresenta tais representações.)

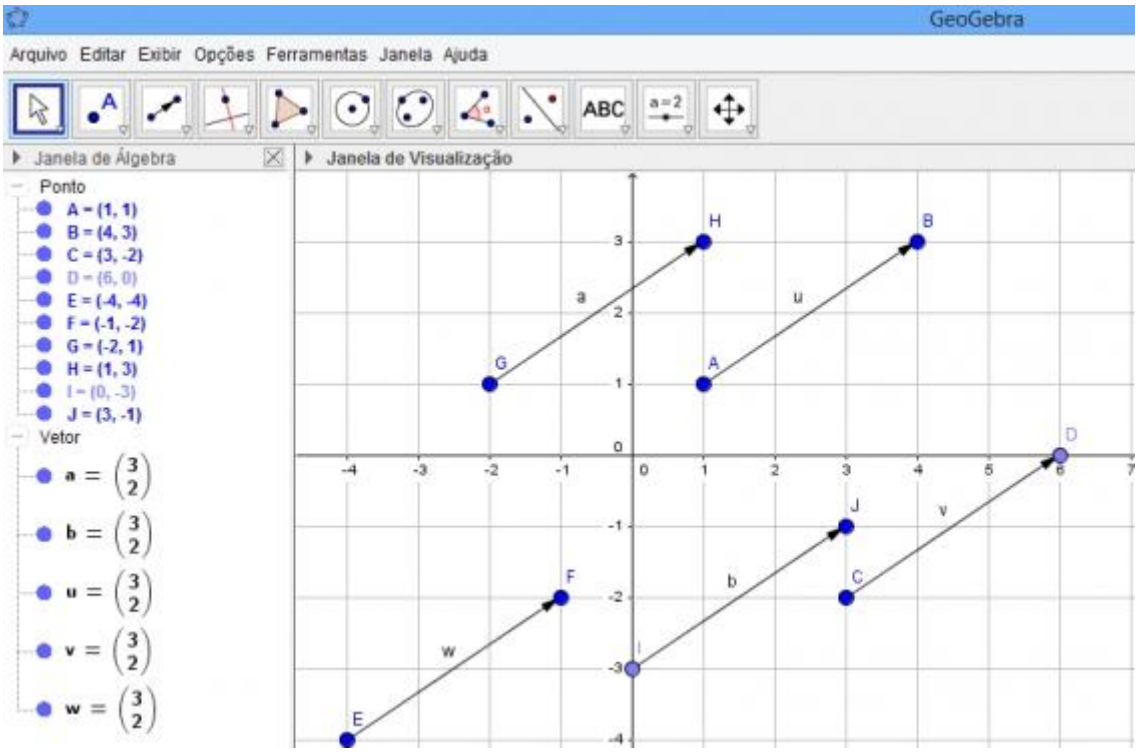

Figura 1: representação de segmentos orientados equipolentes no software GeoGebra.

(3) PP: ... aqui tem um outro segmento equipolente, representado pelo segmento orientado EF. Localizem no plano o ponto E e ponto F. Ponto E menos quatro e menos quatro e ponto F menos um e menos dois. Agora, olhem com atenção na Janela de Álgebra as coordenadas do vetor w, também é três e dois. Ou seja, os vetores u, v e w são iguais. Eles têm os

mesmos componentes. Quais as coordenadas dos pontos das duas extremidades, ponto inicial e ponto final de cada segmento orientado? São diferentes? ... como a partir das coordenadas dos pontos que representam a extremidade de cada vetor, como a partir deste ponto e deste ponto (PP indica os pontos), das coordenadas deste ponto e deste ponto eu encontro as componentes do vetor? E agora? Alguém tem alguma ideia sobre como podemos encontrar essas coordenadas aqui a partir disso?

(4) AC 16: Equação da reta?

(5) PP: Como? Equação da reta? Mas pela equação terei a reta, e aqui estamos nos referindo apenas à um segmento dela e este ainda tem uma orientação. Com a equação da reta consigo a representação deste segmento orientado?(AC 16 faz gesto com a cabeça como quem está pensando, mas não responde)

(6) AC 24: Pelos números dela.

(7) PP: Como assim, pelos números dela?

(8) AC 24: Pelos números dos pontos, o do início e o do fim.

(9) PP: Pelas coordenadas dos pontos? Como?

(10) AC18: Pelos quadrados.

(11) PP: Ãh?

(12) AC 18: Pelos quadradinhos.

(13) PP: Me explica.

(14) AC 25: Quadradinhos. Três casinhas na horizontal e duas na vertical.

(15) PP: Todos os segmentos orientados representados aqui seguem este mesmo padrão?

(16) AC 7: Módulo.

(17) PP: Ãh? Módulo. Esses quadradinhos aqui ***** (Referindo-se ao AC 18) está se referindo a representação do módulo dos segmentos? Vamos pensar juntos, estamos falando das coordenadas do vetor, da distância entre os pontos, módulo como disse o ***** (referindo-se ao AC 7), e da localização do vetor no plano cartesiano. Como é que podemos, a partir destas ideias e das coordenadas dos pontos, encontrar as coordenadas do vetor?

(18) AC 3: Professora?

(19) PP: Fala?

(20) AC 3: Eu posso dar um exemplo?

(21) PP: É claro que sim.

(22) AC 3: Tipo, no vetor que sai do ponto A e vai até o ponto B.

(23) PP: Tá, então espera aí, vamos localizar aqui no plano. (PP indica no plano cartesiano o Ponto A e o Ponto B, na Janela de visualização e na Janela de álgebra.)

(24) AC 3: Ta, o vetor ali que vai do A até o B, o vetor u. Ta chamado de u ali.

(25) PP: Ok.

(26) AC 3: Se eu pegar no caso, onde ele está, ele está no x alí, ele termina no quatro não é? E diminuir pelo 1.

(27) AC 18: Menos um dá três.

(28) AC 3: Da três. E se eu pegar lá em cima o y.

(29) AC 18: Três menos um.

(30) AC 3: Diminui o um, da dois.

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

(31) PP: (Dirigindo-se a todos acadêmicos da sala) Vocês ouviram o que ..... (referindo-se à AC3) disse? Será que pode ser assim? Tentem fazer isso com os demais segmentos orientados. Todos esses vetores aqui têm coordenadas três e dois. Como, a partir das coordenadas dos pontos, inicial e final do segmento orientado, podemos encontrar as coordenadas do vetor?
(32) AC 18: Vai diminuir pelos quadradinhos daí vai dar certinho do ponto final menos o inicial, três na horizontal e dois pra cima.
(33) AC 3: Vai diminuir as coordenadas de x e de y.
(34) PP: Então significa que o que AC 18 disse lá no início está de acordo com o que AC3 colocou?
(35) AC 3: Sim. Subtraindo, diminuindo?
(36) PP: Tá. Vamos pegar um vetor e vamos ver? Por exemplo: o vetor u. Está representado pelo segmento AB. Do ponto A em direção ao ponto B. AC3 o que foi que você disse para fazer?
(37) AC 3: Subtrair as, as coordenadas do x. Tipo a coordenada do ponto B, coordenada x menos a coordenada x do ponto A. E a coordenada y do ponto B menos a coordenada y do ponto A.
(38) AC 26: x2 – x1...
(39) PP: Então você está sugerindo que eu faça o ponto B menos o ponto A, isso? Estou tentando organizar o que a ..... me disse. Quais são as coordenadas do ponto A? E do ponto B?
(40) AC 3: Três.
(41) PP Aqui.
(42) AC 3: Quatro e três.
(43) PP: Quatro e três, posso olhar no desenho do vetor também. As coordenadas do ponto B, 4 e 3, menos as coordenadas do ponto A. Quanto vale o ponto A, um e um. Como obtenho as coordenadas desse vetor aqui?
(44) Vários acadêmicos: x2 menos x1.
(45) PP: (Anotando no quadro) x2 – x1, 4 menos o 1.
(46) AC 26: y2 – y1.
(47) PP: y, quanto vale o y dois? Quanto?
(48) Vários acadêmicos: 3
(49) PP: 3 menos o 1. Ou seja, o y2 – y1. Isso? Bom, vamos fazer as contas. Segmento orientado AB, pegamos o ponto final menos o ponto inicial. O que é que nós encontramos? Três, dois. Encontramos as coordenadas do vetor? Será que, se eu fizer esse mesmo processo com os outros tudo isso dá certinho assim? (PP registra no quadro as operações desenvolvidas para encontrar o vetor u).
[...]
(65) AC 28: Se são equipolentes os segmentos sempre vão ter as mesmas coordenadas.
(Cena 1: M2, T, 04/03/2015)

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

A análise dos turnos constitutivos da Cena 1 levam a indicar que o significado do conceito vetor pelos acadêmicos evoluiu. Essa evolução, para um nível mais elevado de complexidade em direção ao conhecimento sistematizado, envolveu dois processos diferentes mas intrínseca e dialeticamente relacionados, um processo interpessoal e outro intrapessoal. Tal entendimento se ancora em duas teses básicas do estudo apresentado por Vigoski (2001): uma que o processo de internalização em um indivíduo acontece em dois planos: intermental e intramental, e outra que o significado dos conceitos evolui. Quando o vetor é representado no contexto da geometria analítica, como indica a Cena 1, pressupõe-se que uma série de ideias sejam mobilizadas pelos acadêmicos, dentre estas, a relação de equipolência de segmentos orientados, a qual constitui a classe de equivalência do vetor. Nesse momento, tal ideia mostra-se estruturante na produção de sentidos pelos acadêmicos e na negociação de significados estabelecidos por PP. Entende-se que tais elaborações possibilitam processos de internalização e assim, a ampliação do significado do conceito vetor no contexto da geometria analítica.

A relação de equivalência, constitutiva do conceito vetor, desencadeia as discussões as quais se fazem a partir do encaminhamento proposto por PP, no Turno 1. A representação de vetor, no contexto geométrico, pressupõe caracterizá-lo a partir da determinação de uma direção, de um sentido e de uma intensidade/módulo. Quanto um vetor e seus diferentes representantes são considerados num plano e que neste plano "[...] tenha sido fixado e que nêle há um sistema de referência cartesiano retangular e regular (unidades iguais nos dois eixos)" (HEGENBERG, 1971, p. 52), cada ponto tem duas coordenadas, uma refere-se ao eixo das abcissas e outra ao eixo das ordenadas.

Os acadêmicos AC 16, AC 24, AC 18, AC 25 e AC 7 trouxeram elementos essenciais no processo de significação do conceito vetor no contexto da geometria analítica. Tais elementos revelam-se a partir da solicitação feita por PP, no Turno 3, quando AC 16 sugere, a partir de uma pergunta: Equação da reta?, quando AC 24, nos Turnos 6 e 8, indica, Pelos números dela, e na sequência Pelos números dos pontos, o do início e o do fim, ou quando AC18, no Turno 10, diz: Pelos quadrados. A ideia dos quadrados é complementada, no Turno 14, por AC25, que confirma a ideias dos quadrados: Quadradinhos. Três casinhas na horizontal e duas na vertical. Ou ainda, no Turno 16, quando AC 7 diz: Módulo. Nestes excertos percebe-se que as falas interligam-se, se formam na interlocução de saberes, o raciocínio expresso por um acadêmico vai contribuindo/intervindo na constituição da fala do outro, ou seja, na interlocução as elaborações vão se efetivando. Nesse sentido, a palavra é entendida como instrumento ou signo e tem um papel fundamental de organizadora da atividade prática e das funções psicologicamente humanas. As elaborações produzidas pelos acadêmicos se dão num movimento dialético, na confrontação entre as palavras alheias e as palavras por eles já significadas, dessa forma, os sentidos elaborados são em parte nossos e em parte do outro, o enunciado de um é composto pela fala de outro(s) interlocutor(es).

O movimento de interlocução proporciona que novos entendimentos, novas compreensões sejam produzidas e internalizadas e, pela interferência do professor, no caso PP, no processo de elaboração conceitual, novos níveis de sistematização possam ser alcançados pelos acadêmicos. O processo de elaboração conceitual configura-se como um processo dialógico, pela articulação e pelo confronto de múltiplas vozes em condição de interação, por meio da linguagem. É por meio da linguagem que o acadêmico potencializa o processo de desenvolvimento cognitivo, tornando-se aos poucos um instrumento de seu pensamento. Nessa perspectiva, a língua materna e a linguagem

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

matemática, como organizadora do pensamento matemático, possibilitam aos acadêmicos a elaboração de uma forma particular de pensar.

As ideias elaboradas e expressas pelos acadêmicos, apresentadas nos turnos iniciais da Cena 9, são, de certa forma, sistematizadas por AC 3, AC 18 e AC 26, nos turnos de 18 a 51. Nessa sistematização percebe-se claramente novos sentidos produzidos, destaca-se os apresentados por AC 18. No Turno 12 o referido acadêmico indica pelos quadradinhos, no decorrer da cena, a representação numérica do mesmo objeto matemático, percebendo geométrica, algébrica e numericamente a quantidade de quadrinhos indicados anteriormente e a relação do número de quadrados com as coordenadas do ponto inicial e final do vetor considerado. O que inicialmente era apenas quadradinhos, no decorrer da cena, passa a ser as componentes do vetor em questão, percebe-se aí um processo no qual ocorreram transformações. Essas transformações envolveram operações externas e internas.

À reconstrução interna de uma operação externa, Vygotsky (1991) chamou de internalização. O processo de internalização, na abordagem apresentada pelo referido autor, consiste numa série de transformações: uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente; um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal; a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é resultado de uma extensa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. Pequenos eventos se mostraram na Cena 1, dando indícios de que processos interpessoal e intrapessoal se estabeleceram na e para a sistematização do conceito vetor, no contexto da geometria analítica. A formalização do referido conceito se mostra a partir do Turno 39 quando a sistematização das ideias aparece de modo formal.

4.Conclusão

A análise da Cena 1 possibilita a percepção de elementos que permitem a indicação de que transformações aconteceram. Há indícios, revelados a partir da fala dos acadêmicos, da evolução dos significados em direção à formalização do conceito vetor, no contexto da geometria analítica. Se houve evolução do significado, conclui-se que transformações aconteceram e que estas podem se configurar como prenúncios de internalização, e assim, da ampliação dos níveis do significado do conceito vetor pelos acadêmicos.

É possível concluir que a intencionalidade de PP em promover a significação do conceito vetor, no contexto da geometria analítica, considerando o que é nuclear em seu significado, que as interações, mediadas pelo significado do conceito vetor, entre PP e acadêmicos, como também que as diferentes representações, geométricas, numéricas e algébricas, a partir do uso do software, foram relevantes no processo de significação do conceito vetor pelos acadêmicos.

Palavras-chave: Conceito vetor; Significação; Abordagem histórico-cultural.

Referências Bibliográficas

APOSTOL, Tom M. Cálculo - Cálculo com funções de uma variável, com uma introdução à Álgebra linear. Tradução de António Ribeiro Gomes. Barcelona: Reverté ltda., 1979.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais da matemática. 4.ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

HEGENBERG, Leonidas. Matrizes, Vetores e Geometria analítica. São Paulo: Zahar Editores, 1971.

MOURA, M. O. de. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org.) Trajetórias e perspectivas da formação de educadores. São Paulo: Editora UNESP, 2004. Cap. 18, p. 257-284.

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

MOURA, M. O. de. Matemática na infância. In: EDIÇÕES GAILIVRO (Org.). Educação matemática na infância. Abordagens e desafios. Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007. p. 39-64.
VIGOTSKI, L. V.. A Construção do pensamento e da linguagem. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.