

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

DETERMINAÇÃO DA CURVA CARACTERÍSTICA DA RELAÇÃO DA ÁREA ILUMINADA APARENTE PELA POTÊNCIA DA LÂMPADA¹

Luiza De Paula Ghisleni², Kethleen Da Silva³, Peterson Cleyton Avi⁴.

¹ Artigo produzido a partir de um trabalho da disciplina Cálculo Numérico Computacional dos cursos de Engenharias Elétrica, Civil, Mecânica, Química, Ciência da Computação e Matemática da Unijuí.

² Acadêmica do Curso de Matemática - Licenciatura da UNIJUI. E-mail: luizaghis@hotmail.com.

³ Acadêmica do Curso de Engenharia Elétrica da UNIJUI. E-mail: kethleensilva95@gmail.com

⁴ Professor Mestre do Departamento das Ciências Exatas e Engenharias, Orientador. E-mail: peterson.avi@unijui.edu.br

INTRODUÇÃO

O presente trabalho surgiu na disciplina de Cálculo Numérico, cujo desafio foi desenvolver uma aplicação prática que envolvesse algum método numérico. Tendo em vista que uma autora é do curso de Matemática e outra do curso de Engenharia Elétrica, foi decidido escolher um tema para o presente trabalho em que, além de englobar as duas áreas, envolvesse algo do cotidiano. Foi pensado então nas lâmpadas e em sua intensidade de luz numa determinada área. Eis que, então, surgiu o seguinte questionamento: é possível existir uma relação entre a área iluminada com um determinado fluxo e a potência da lâmpada? Para responder essa questão foi desenvolvido este trabalho, o qual tem por objetivo determinar a curva característica, por métodos numéricos, para representar a relação da potência da lâmpada com a área iluminada pela mesma.

A lâmpada ilumina em todas as direções, desta forma utilizaremos dois termos para ajudar no problema do cálculo da área aproximada e posteriormente a curva característica. São eles: iluminância, que é o limite da razão do fluxo luminoso recebido pela superfície em torno de um ponto considerado, para a área da superfície quando esta tende para o zero (ABNT, 1992) ou, em outras palavras, é a relação dada por intensidade luminosa e o quadrado da distância (l/d^2); fluxo luminoso, que é a grandeza característica de um fluxo energético, exprimindo sua aptidão de produzir uma sensação luminosa no ser humano através da retina ocular (MOREIRA, 1982), ou, em outras palavras, é a quantidade total de luz emitida, em todas as direções, por uma fonte luminosa, e potência é a taxa de variação temporal do gasto ou da absorção de energia (NILSON, 2009); e intensidade luminosa como "a quantidade de luz que uma fonte emite por unidade de ângulo sólido (lúmen/esferorradiano) projetado em uma determinada direção, seu valor está diretamente ligado à direção desta fonte de luz" (MOREIRA, 1982). Ou seja, se o fluxo luminoso for direcionado em uma direção apenas, é possível verificar a intensidade luminosa que a lâmpada é capaz de produzir, mas a área que pode ser medida não é toda a iluminação que a lâmpada é capaz de alcançar e sim a parte mais aparente. Entender qual a relação que existe entre a área iluminada por uma lâmpada e a potência da mesma é importante para pensar qual lâmpada utilizar para iluminação de ambientes com diferentes tamanhos. A curva característica será determinada por Ajuste de Curvas (BARROSO et al., 1987) para atender a seguinte questão: existe relação entre a área que a lâmpada ilumina e sua potência? Qual?

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

1 METODOLOGIA

O desenvolvimento do trabalho iniciou-se primeiro com a escolha das lâmpadas com potências de 15 W, 25 W, 40 W, 60 W e 100 W, do tipo incandescente comum com dimensões 100 mm de comprimento e 60 mm de diâmetro, tensão 220 v. O experimento foi realizado em um ambiente escuro com um suporte para colocar as lâmpadas a uma altura de 22 cm do chão, com uma trena passando sob o centro da região mais iluminada por cada lâmpada. Para direcionar o fluxo luminoso em uma só direção, usamos uma espécie (tronco) de cone de papel (Figura 1).

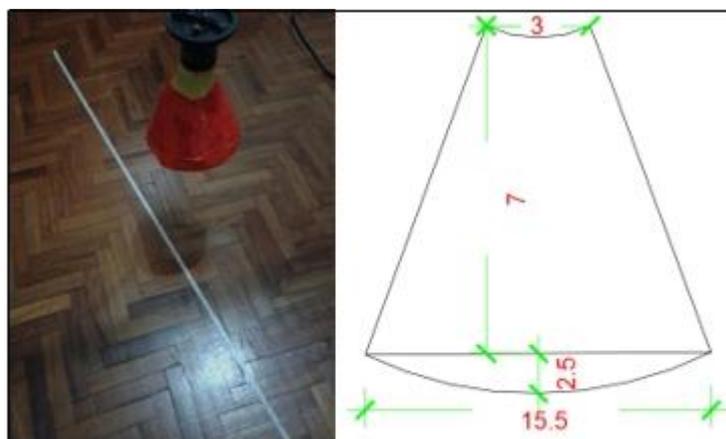


Figura 1 - Cone utilizado para direcionar a luz durante o experimento.

Logo após, foram feitos os experimentos (Figura 2) ligando as lâmpadas e anotando as medidas de diâmetro obtidas com a região mais visível que o fluxo luminoso atingiu.

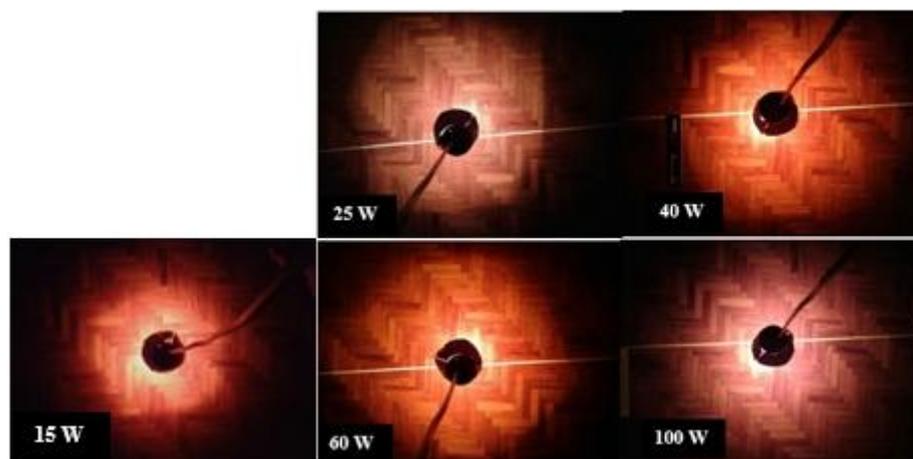


Figura 2 - Experimento da área iluminada com lâmpadas de diferentes potências.

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Aproximamos a área iluminada pela fórmula da área da circunferência ($\pi \cdot r^2$), pois conseguimos obter o raio pelos diâmetros a partir da trena colocada no centro da região mais visível iluminada. Com o experimento, calculamos que a lâmpada de 15 W iluminou uma região com área igual a 0,1452 m², a de 25 W à uma área igual a 0,2463 m². A de 40 W área igual a 0,3848 m², a de 60 W área igual a 0,5676 m² e a de 100 W área igual a 0,7854 m².

A partir dos dados, foi analisado que, conforme muda o valor da potência, muda a área que a lâmpada ilumina, desta forma, os valores das potências que obtivemos chamamos de pontos da variável independente e as áreas correspondentes a estas potências chamamos de pontos da variável dependente, pois existe uma relação de dependência entre essas duas variáveis.

Com as áreas e as potências de cada lâmpada construímos o Quadro 1.

Potência (W)	Área aparente aproximada (m ²)
15	0,1452
25	0,2463
40	0,3848
60	0,5676
100	0,7854

Quadro 1 - Pontos obtidos com as potências para as áreas durante os experimentos.

Ao longo da disciplina de Cálculo Numérico Computacional foi estudado que para determinar a curva característica é necessário representar os pontos no plano cartesiano, pois o gráfico "fornece uma ideia da forma da relação exibida por eles" (Barroso et al., 1987, p. 323). A partir do diagrama de dispersão dos dados é possível analisar qual curva representa melhor os pontos observados. Com o auxílio do Gráfico 1, gerado pelo software MatLab, escolhemos a reta como melhor curva (Gráfico 2), pois analisamos que, conforme aumenta a potência, aumenta a área aparente iluminada linearmente, desta forma uma reta demonstra a relação crescente que existe entre os dados. Como a curva escolhida foi a reta, o modelo que relaciona as duas variáveis é:

$$\hat{y} = ax + b$$

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

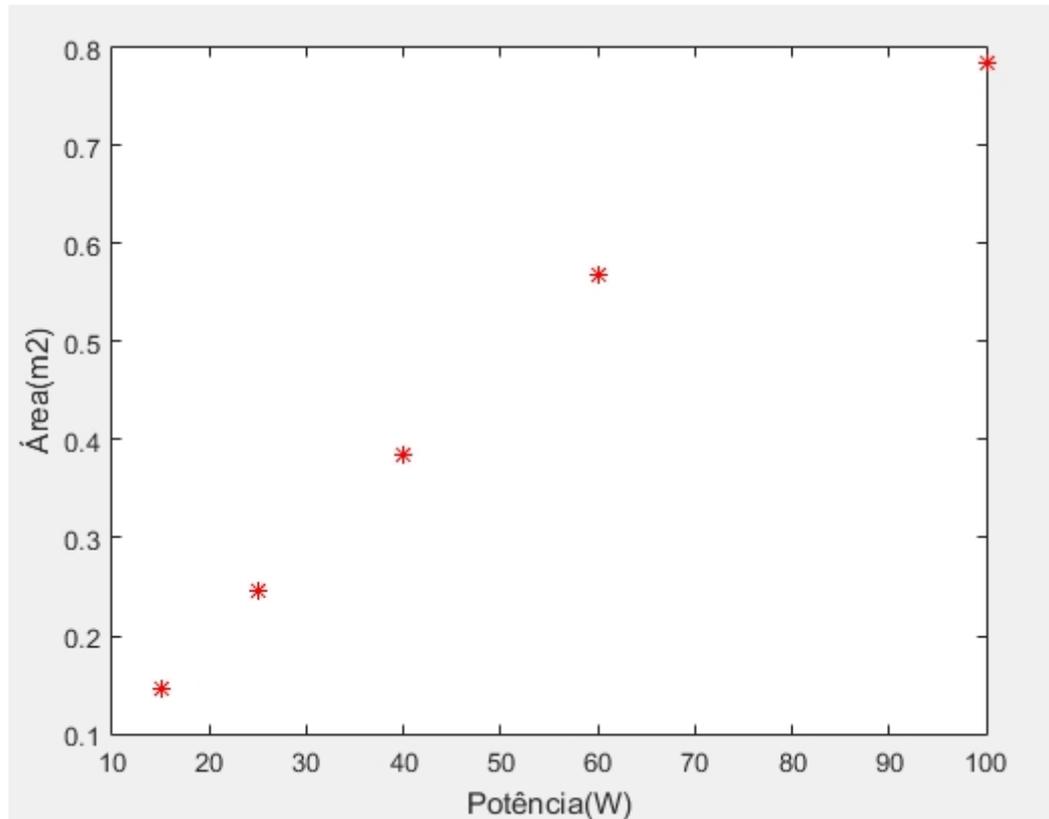


Gráfico 1 - Pontos no plano cartesiano gerados pelo MatLab.

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

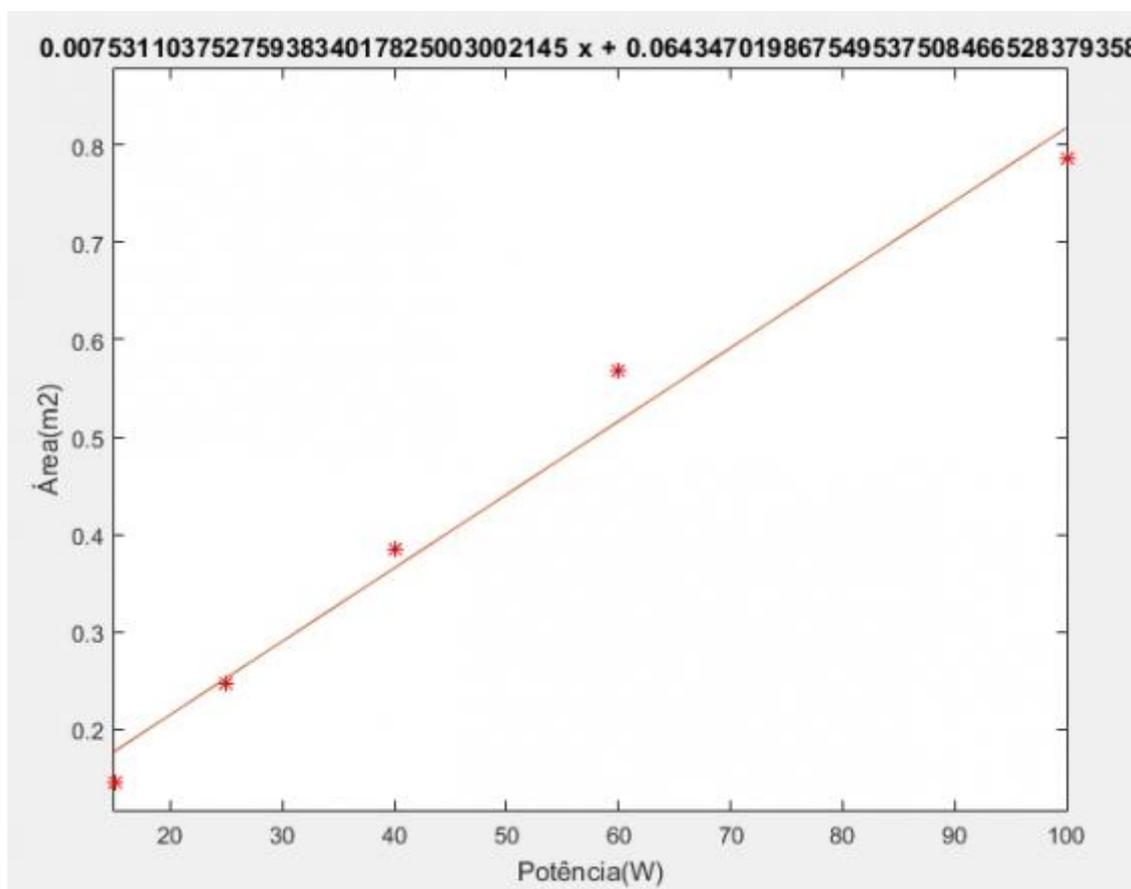


Gráfico 2 - Reto ajustada para os pontos no plano cartesiano gerada pelo MatLab.

Para a determinação da reta foi utilizado o Ajuste de Curvas, mais especificamente o Método dos Mínimos Quadrados. Neste método se procura encontrar a reta que melhor representa os dados analisados, para tanto se eleva as diferenças dos pontos originais em relação aos calculados ao quadrado, para que não se tenha o problema das diferenças positivas compensarem as negativas (Barroso et al., 1987):

$$D = \sum (y - ax - b)^2$$

Para encontrar os valores ótimos de a e b, recorre-se às derivadas parciais por se tratar de um problema de minimização. Iguala-se as derivadas parciais em relação a a e b a zero e obtém-se um sistema onde se chega às seguintes expressões:

Modalidade do trabalho: Relato de experiência

Evento: XXI Jornada de Pesquisa

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$$

Para a determinação destes parâmetros foi utilizado o software MatLab e obteve-se, aproximadamente, $a=0,0075$ e $b=0,6435$. Com os parâmetros encontrados, a curva ajustada foi:

$$\hat{y} = 0,0075x + 0,6435$$

Com a função da curva determinada, resta saber a qualidade do ajuste realizado e esta pode ser determinada através do coeficiente de determinação representado por R^2 (Barroso et al., 1987, p. 330):

$$R^2 = 1 - \frac{SQE}{SQT}, \quad \text{onde}$$

SQE = soma dos quadrados dos erros;

SQT = soma do quadrado das diferenças em relação à média.

Com o auxílio do mesmo programa no Matlab, calculamos o coeficiente de determinação obtendo $R^2 = 0,9805$, como esse coeficiente varia entre 0 e 1, a qualidade pode ser avaliada em porcentagem, sendo que quanto mais próximo da unidade, melhor o ajuste (Barroso et al., 1987).

CONCLUSÕES

Constata-se, desse modo, que a nossa pergunta inicial, de relacionar a potência com a área aparente que a mesma ilumina, foi respondida de forma satisfatória. Através do ajuste de curvas feito, tivemos a certeza de que a reta seria a melhor curva para representar essa relação e tivemos essa afirmação ao obter o valor de 98,05% no coeficiente de determinação (R^2). Percebe-se que sim, existe uma relação entre a potência e a área aparente que essa lâmpada ilumina e é uma relação de crescimento linear, ou seja, quanto maior a potência, mais área essa ilumina.

Considerando que os dados obtidos da área iluminada foram dados experimentais, podemos concluir também que o ajuste só não foi melhor principalmente por erros experimentais cometidos durante o processo de modelagem, interferindo assim no resultado final.

Palavras-chave: curva característica; potência; lâmpada; área; ajuste de curvas.

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. Iluminância de Interiores. Rio de Janeiro, 1992. 13p. Disponível em: <<http://www.unicep.edu.br/biblioteca/docs/engenhariacivil/ABNT%205413%20-%20ilumin%C3%A2ncia%20de%20interiores%20-%20procedimento.pdf>>. Acesso em: maio 2016

BARROSO, Leônidas Conceição; BARROSO, Magali Maria de Araújo; CAMPOS, Frederico Ferreira; CARVALHO, Márcio Luiz Bunte de; MAIA, Miriam Lourenço. Cálculo Numérico (com aplicações). 2a edição. São Paulo: HARBRA, 1987. 365p.

MOREIRA, Vinicius de Araujo. Iluminação e fotometria. São Paulo: E. Blucher, 1982. 196 p.

NILSON, James W. Circuitos elétricos. 8. ed. - Rio de Janeiro: LTC, 2009. - 574 p.