

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

## **CÁLCULO DA ÁREA ATINGIDA PELO ROMPIMENTO DA BARRAGEM EM BENTO RODRIGUES-MG, UTILIZANDO INTEGRAÇÃO NUMÉRICA<sup>1</sup>**

**Rafaela Hahn Schneider<sup>2</sup>, Peterson Cleyton Avi<sup>3</sup>, Stéfani Lopes<sup>4</sup>, Jessé Felipe Valandro Cezar<sup>5</sup>.**

<sup>1</sup> Pesquisa desenvolvida durante a disciplina de Cálculo Numérico Computacional, da Unijuí.

<sup>2</sup> Acadêmica do Curso de Engenharia Civil, Unijuí, rafahahn.s@outlook.com.

<sup>3</sup> Professor da disciplina de Cálculo Numérico Computacional, Unijuí, orientador, peterson.avi@unijui.edu.br

<sup>4</sup> Acadêmica do Curso de Engenharia Mecânica, Unijuí, stefani\_kaoana@hotmail.com.

<sup>5</sup> Acadêmico do Curso de Engenharia Civil, Unijuí, felipevalandro@hotmail.com.

### **1 INTRODUÇÃO**

O presente trabalho consiste da proposta apresentada na disciplina de Cálculo Numérico Computacional de aplicar os conteúdos trabalhados na disciplina em uma situação prática. Assim, decidiu-se calcular a área atingida pelo rompimento da Barragem de Fundão, localizada no Subdistrito de Bento Rodrigues, em Mariana, Minas Gerais, um desastre que deixará marcas durante anos, devido aos grandes impactos ambientais que causou no país.

Segundo dados retirados de site na internet no dia 03 de junho de 2016 [3], em novembro de 2015, a Barragem de Fundão, localizada no subdistrito de Bento Rodrigues, há 35 km do Centro de Mariana, Minas Gerais, se rompeu. A barragem sustentava rejeitos da produção de minério de ferro, e seu rompimento formou uma grande onda de rejeitos que se espalharam, rompendo também a Barragem de Santarém. Isso resultou um volume extravasado de aproximadamente 50 milhões de metros cúbicos, deixando 600 pessoas desabrigadas, 18 pessoas mortas e uma desaparecida.

A tragédia afetou um grande número de pessoas, além de ter causado tristes consequências ambientais, como a diminuição da fertilidade dos solos afetados, a poluição do Rio Doce pelos rejeitos da lama, rio que abastecia grande quantidade de cidades e a mortandade da fauna, que comprometerá a biodiversidade dos corpos de água. Para o cálculo da área foi utilizado a integral numérica. Segundo RUGGIERO (1988), a ideia básica da integração numérica é a substituição da função  $f(x)$ , que deve ser integrada por um polinômio que seja próximo da função. Assim o problema fica resolvido pela integração de polinômios.

Dentro da integral numérica existem três métodos, que se destacam quanto a cálculo da área. São eles o Método de Trapézios, Primeira Regra de Simpson e Segunda Regra de Simpson. Os três calculam a área pelo mesmo princípio: se aproximar da função original através de polinômios. O que as diferencia é o grau do polinômio pelo qual cada um dos métodos é definido.

O método de trapézio se destaca em relação aos demais, pois pode ser utilizado em qualquer situação para cálculo de área, diferentemente dos outros métodos, que exigem que uma determinada condição seja satisfeita para que possamos utilizá-los.

### **2 METODOLOGIA**

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

## 2.1. OBTENÇÃO DAS IMAGENS E MEDIDAS

O processo de coleta de dados experimentais constitui uma parte essencial para alcançar o objetivo do trabalho em questão. Neste trabalho, a aquisição de imagens foi feita através do Google Maps. Este aplicativo opera on line, e sua principal função é demonstrar geograficamente imagens obtidas através de um satélite, de forma precisa, em 220(duzentos e vinte) países e territórios, em tempo real. O programa apresenta ainda uma escala regulável, que varia com a aproximação da área pretendida. A escala das imagens adquiridas, extraída do Google Maps, foi de 1(um) centímetro em escala virtual para 200(duzentos) metros em escala real.

Após a aquisição das imagens e das escalas necessárias, as imagens foram trabalhadas no software AutoCad. O mesmo foi utilizado para gerar todas as medidas necessárias para o cálculo da área total atingida pelo rompimento da Barragem de Fundão, em Mariana, Minas Gerais (Figura 1) e também para verificação da coerência dos resultados obtidos pela integral numérica. Ao inserir a imagem no programa utilizado, digita-se um comando para implementação de escala. A partir desta escala, o programa gera a área. No caso em questão, o resultado obtido como área total foi de aproximadamente 3.785.333 m<sup>2</sup>.



Figura 1- Área total atingida pelo rompimento da barragem. Fonte: Google Maps.

Com a primeira imagem dimensionada, foi extraída da área total a área do subdistrito de Bento Rodrigues, foco do trabalho. Seguindo o procedimento anterior, foi extraída do programa a imagem correspondente apenas ao subdistrito e, em seguida, obtido o seu valor.

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa



Figura 2- Área do subdistrito de Bento Rodrigues. Fonte: Google Maps.

## 2.2. INTEGRAL NUMÉRICA

A ideia básica da integração numérica é a substituição de uma função  $f(x)$  por um polinômio que aproxime razoavelmente no intervalo  $[a,b]$ . Assim o problema fica resolvido pela integração de polinômios. A integração numérica se dá através de uma aproximação por polinômios da curva original, portanto, sempre irá gerar uma taxa de erro. Esse erro pode ser calculado e o objetivo é diminuí-lo ao máximo. Para isso é necessário gerar intervalos constantes de variação na abscissa e determinar as respectivas ordenadas. A exigência das variações dos intervalos da abscissa terem que ser constantes, é devido, aos métodos de Integração Numérica em questão, serem baseados na interpolação por Diferenças Finitas, que para poder ser utilizado tem essa exigência.

Para determinar a integral utilizando o método numérico, existem três métodos principais: método de Trapézios, método de Primeira Regra de Simpson e método de Segunda Regra de Simpson.

No método de trapézios substituímos a função original por um polinômio de grau 1 (reta), sendo assim, precisa-se de um intervalo para interpolar retas, o que faz com que não tenha exigências quanto ao número de intervalos. A Primeira Regra de Simpson tem como princípio substituir a curva original por um polinômio de grau 2 (parábola), o que leva a necessariamente trabalhar com um número de intervalos múltiplo de 2. Enquanto a Segunda Regra de Simpson substitui a curva original por polinômio de grau 3 (cúbica), sendo exigido intervalos múltiplos de 3. (BARROSO, 1987)

Conhecendo os três métodos de integração numérica, nota-se que Trapézios é o único que não apresenta condição para o número de intervalos, podendo ser aplicado em qualquer situação. Devido a área a ser calculada neste trabalho ter sido subdividida em 21 (vinte e uma) áreas menores, optou-se pelo Método de trapézios, para que todas as áreas fossem determinadas por único método.

## 2.3. PROCEDIMENTOS PARA O CÁLCULO DA ÁREA

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

A partir das imagens geradas no programa de computador AutoCad, iniciou-se a análise da área total e subdivisão do espaço a fim de cometer o menor erro possível. Nesta etapa, devido a geometria peculiar da figura em questão tornou-se necessário dividir a área original que pretendia-se descobrir em 21 pequenas áreas.

Tendo conhecimento das 21 figuras geradas, a etapa seguinte baseia-se na medição com base na determinação de um intervalo constante para o eixo “x”, e a partir dele, determinar as medidas no eixo “y”. Esse processo foi realizado através do software AutoCad.

Na figura a seguir (Figura 3), é demonstrado o processo de divisão da área principal em suas subdivisões, e também o processo de criação das medidas para o eixo y baseadas em uma variação constante de x, nas áreas demarcadas como “Área 1” e “Área 2”.



Figura 3- Divisão da área principal em vinte e uma subdivisões secundárias. Fonte: AutoCad

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

A seguir, o quadro apresenta as variações em metros utilizadas em x e o número de intervalos para cada uma das 21 sub-regiões geradas.

Área	Variação constante no Eixo "x"	Número de Intervalos no Eixo "y"
1	10 metros	144
2	10 metros	143
3	5 metros	53
4	5 metros	53
5	5 metros	51
6	5 metros	52
7	2,5 metros	12
8	5 metros	31
9	5 metros	31
10	2,5 metros	15
11	5 metros	43
12	5 metros	18
13	5 metros	43
14	5 metros	16
15	5 metros	16
16	5 metros	43
17	5 metros	43
18	5 metros	10
19	5 metros	16
20	5 metros	26
21	5 metros	32

Figura 4- Número de intervalos obtidos em relação à variação constante da medida da abscissa. Fonte: Elaborado pelos autores.

O número total de intervalos calculados, como mostra a Figura 4, é de 891 intervalos.

É importante ressaltar que o método de Diferenças Finitas, necessário para a resolução da Integração, estabelece que o intervalo de "x" seja constante para a área em questão, porém, como visto na imagem acima, é possível que cada área separadamente possua um intervalo diferenciado para o eixo "x", ou seja, em casos onde uma área deve ser subdividida em áreas secundárias para a resolução do cálculo, não é preciso que todas as áreas usem a mesma variação constante para x, pois são regiões consideradas separadamente e uma não influencia na outra, proporcionando uma

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

qualidade de resultados mais satisfatória, pois em áreas menores é possível diminuir a variação, aumentando o número de intervalos, e assim, atingindo um resultado mais preciso.

As medidas para as ordenadas foram determinadas utilizando o software AutoCad. Nele, como visto anteriormente, é implementada uma escala. A partir disso, como as linhas são traçadas a 90 ° (noventa graus) do eixo “x”, introduz-se um comando que mede a distancia do traçado no eixo “y”, que inicia no eixo “x” e termina na extremidade da imagem.

Após obterem-se os valores, todos os dados necessários para a realização do cálculo de área encontram-se disponíveis. Porém, antes de calcular os resultados, encontrou-se as medidas de cada uma das áreas pelo AutoCad, para obtenção dos dados de validação. Neste software, é possível descobrir o valor de uma área gerando uma escala e delimitando na figura obtida a porção da imagem que se pretende calcular. A partir disso, um comando digitado no software resulta no calculo de área e aparece o respectivo resultado.

No início do trabalho, o processo de cálculo de área pelo AutoCad foi realizado com as áreas totais. De mesmo modo, a partir das 21 sub-regiões geradas, calculou-se o valor das respectivas áreas pelo programa.

O método de Trapézios proporciona uma fórmula matemática para cálculo de área. Nela, h representa a variação constante da abscissa, e y os valores respectivos das ordenadas.

A fórmula segundo o método de Trapézios é:

$$I = h \frac{[Y_0 + 2 * (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{n-1}) + Y_n]}{2}$$

Para a determinação dos respectivos valores das 21 áreas, os dados foram aplicados na fórmula por um programa criado para resolução de cálculos de área por integração numérica, feito no software MatLab, montado durante o semestre, na disciplina de Cálculo Numérico Computacional. Ao inserir os dados no programa, ele calcula a área automaticamente e informa o resultado aos usuários.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após o término dos cálculos, comparou-se os resultados alcançados com os dados de segurança obtidos pelo AutoCad. Por fim, somaram-se as áreas menores, encontrando assim a área total afetada pelo rompimento da barragem em Bento Rodrigues.

No quadro abaixo, encontra-se os resultados obtidos e a comparação com o AutoCad, assim como a taxa de erro encontrada nesta comparação.

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

Áreas	Solução pelo MatLab	Solução pelo AutoCad	% de Erro
Área 1	472.664,6999	472.042,4901	0,1318
Área 2	217.513,75	218.079,8545	-0,25958588
Área 3	32.237,79999	32.949,3288	2,159463746
Área 4	28.077,1	28.219,6527	0,505153984
Área 5	7.340,5	7.845,7643	6,439962771
Área 6	10.185,925	10.150,556	0,348443967
Área 7	766,275	762,0037	0,560535336
Área 8	2.840,7	2.771,7879	2.486196725
Área 9	1.088,25	1.063,5794	2,319582346
Área 10	173,475	166,9838	3,887323201
Área 11	6.876,0	6.748,5334	1,886952208
Área 12	704,2	688,4254	2,291402961
Área 13	8.442,375	8.465,4035	0,272030743
Área 14	336,95	338,0329	0,320353433
Área 15	1.130,9	1.132,206	0,115350033
Área 16	907,85	908,4476	0,06578255
Área 17	1.508,7	1.515,2397	0,43159508
Área 18	472,525	452,8717	4,339705926
Área 19	1.056,3	1033,9271	2,163875964
Área 20	2.753,175	2.759,8593	0,242197129
Área 21	2.530,875	2.533,6364	0,108989593
<b>Total</b>	<b>799.608,1999</b>	<b>800.628,5842</b>	<b>0,3082</b>

Figura 5- Comparação dos resultados obtidos com a Integral Numérica e com o AutoCad. Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir da Figura 5, torna-se possível a visualização da taxa de erro encontrada no processo realizado. A área real atingida pelo rompimento da Barragem, em Bento Rodrigues, foi de aproximadamente 800.628 m<sup>2</sup>. Com a integral numérica, foi encontrado uma área de 799.608 m<sup>2</sup>. A diferença é de 1.020 m<sup>2</sup>, que gera uma taxa de erro de 0,3082%, ou seja, o índice de convergência da pesquisa realizada atingiu 99,6918 %.

É importante ressaltar que esta taxa de erro mínima pôde ser encontrada devido ao grande cuidado adotado em cada detalhe do procedimento. Tornou-se necessário as divisões de áreas precisas para que nenhum espaço da imagem fosse desconsiderado, o traçado feito no eixo “x” de cada uma das imagens teve de ser estudado, para que, a partir dele, todo o espaço fosse abrangido

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

pelos traçados no eixo “y”, não excluindo nenhuma parte da figura. Também foi tomado um cuidado especial trabalhando com uma grande quantidade de intervalos, gerados para obtenção de resultados vantajosos.

#### 4 CONCLUSÕES

Através deste trabalho, verifica-se que o modelo obtido utilizando a técnica de integração numérica, é capaz de estabelecer a área de uma situação real, na qual o método analítico não funcionaria. Ressaltando que a integração numérica permite a convergência a um resultado por aproximação, enquanto o método analítico fornece um resultado exato, nota-se a importância da integral numérica devido a ela solucionar problemas reais aonde analiticamente não se chega a uma solução, fornecendo resultados muito parecidos com o exato, obtendo uma taxa de erro muito pequena se comparada com a proporção da área real. A aproximação entre o resultado obtido e os dados de validação pode ser visualmente avaliada na Figura 5. O modelo possui uma taxa de erro média de 0,3082%, situando-se muito próxima aos resultados do modelo de segurança. Considerando uma convergência de 99,6918%, percebe-se que dos 800.628 m<sup>2</sup> totais, apenas 1.020 m<sup>2</sup> foram desconsiderados. Em uma situação real aonde o método analítico não funciona para gerar uma resposta exata, conclui-se que a porcentagem de erro é mínima para um método baseado em aproximação como é o Método Numérico.

Destaca-se também que o resultado final poderia ser ainda mais satisfatório, se aumentado o número de intervalos gerados em cada sub-região, fazendo com que o polinômio de grau um se aproxime ainda mais da curva original.

Por fim, conclui-se que a integral numérica satisfaz o objetivo do trabalho em questão, solucionando um problema real com uma taxa de erro de apenas 0,3082%, sendo considerada mínima em relação aos 800.628 m<sup>2</sup> calculados, gerando um valor de 799.608 m<sup>2</sup>, muito próximo ao que se pretendia encontrar, solucionando o problema que deu origem ao trabalho.

#### 5 PALAVRAS-CHAVE

Área; integração numérica; método de trapézios; barragem de Bento Rodrigues;

#### 6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Unijuí, pela estrutura física oferecida.

#### REFERÊNCIAS

[1] BARROSO, L. C. ET al. Cálculo numérico com aplicações. São Paulo: HarbraLtda, 1987.

[2]RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. Cálculo numérico - aspectos teóricos e computacionais. São Paulo: McGrawHill, 1988.

**Modalidade do trabalho:** Relato de experiência  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

[3]<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/biologia/acidente-mariana-mg-seus-impactos-ambientais.htm>