

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

## **MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM MÉDIA TENSÃO<sup>1</sup>**

**Gabriel Attuati<sup>2</sup>, Paulo Sausen<sup>3</sup>.**

<sup>1</sup> Parte integrante do Projeto de pesquisa Análise, Modelagem e Desenvolvimento de Estratégias de Utilização de Filtros Ativos de Potência Cooperativos em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica, desenvolvido no Grupo de Automação Industrial e Controle, do Departamento de Ciências Exatas e Engenharia

<sup>2</sup> Estudante do Curso de Engenharia Elétrica do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, integrante do Grupo de Automação Industrial e Controle. E-mail: ga\_attuati@hotmail.com.

<sup>3</sup> Professor do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, integrante do Grupo de Automação Industrial e Controle. E-mail: sausen@unijui.edu.br.

### **INTRODUÇÃO**

O presente trabalho está inserido no contexto do projeto intitulado de “Análise, Modelagem e desenvolvimento de estratégias de utilização de Filtros Ativos de Potência cooperativos em sistemas de distribuição de Energia Elétrica: Desenvolvimento de um Modelo característico da Rede”. Esse projeto tem, entre seus objetivos, a realização de um estudo de adequação dos modelos utilizados para representação e simulação de circuitos elétricos de linhas de transmissão e de circuitos elétricos de redes de distribuição, além da implementação de um sistema de aquisição de dados (tensão e corrente) a ser instalado na rede elétrica de média tensão do DEMEI - Departamento Municipal de Energia de Ijuí. A descrição do sistema a ser implantado pode ser encontrada detalhadamente em (MIRANDA, 2014).

Dessa maneira, a realização desse trabalho visa o cumprimento de alguns dos objetivos previstos no projeto principal. Mais especificamente, o trabalho tem como objetivo a implementação de um modelo matemático que possa representar corretamente a rede elétrica de média tensão onde o sistema de aquisição de dados será instalado. Isto será realizado através de revisão bibliográfica de modelos matemáticos de linhas de transmissão, e posterior simulação computacional de um modelo adequado. Os resultados da simulação podem ser validados através da comparação com os dados obtidos a partir do sistema de instrumentação a ser instalado.

A realização dessa pesquisa se justifica justamente por permitir que alguns objetivos do projeto principal sejam alcançados. Neste caso a parte do estudo acerca de modelos de representação e simulação de circuitos de linhas de transmissão será realizada. Outro fator a considerar é que o modelo matemático a ser implementado poderá ser utilizado em fases posteriores do projeto, como no desenvolvimento de técnicas de operação cooperativa de FAPs (Filtros Ativos de Potência) do tipo paralelo baseada no método utilizado na solução do problema de localização ótima, aplicado a redes elétricas de distribuição.

Sendo assim, neste trabalho será apresentado o desenvolvimento da pesquisa realizada. Inicialmente será demonstrado o funcionamento do sistema de aquisição de dados a ser instalado, sendo apresentada em seguida uma revisão bibliográfica acerca de modelos matemáticos passíveis

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

de serem implementados para o cumprimento dos objetivos do projeto. Em seguida é feita uma discussão e escolha acerca do modelo mais adequado para a situação. Posto isso, o modelo escolhido é implementado utilizando o ambiente de simulação Simulink do software Matlab.

## METODOLOGIA

Será realizada a implementação de um modelo matemático que possa representar corretamente a rede elétrica de média tensão onde o sistema de aquisição de dados será instalado. O sistema em questão será instalado na rede de distribuição primária em 23kV do Departamento Municipal de Energia de Ijuí – DEMEI, sendo capaz de medir as grandezas tensão e corrente com alta taxa de amostragem. Esses dados servirão como base para realizar a validação do modelo matemático implementado, garantindo que este esteja correto e possa ser utilizado nas etapas posteriores do projeto.

Porém primeiramente é necessário realizar a escolha de um modelo matemático que represente de forma adequada as condições da rede onde as medições serão realizadas. Dessa maneira, o presente capítulo apresentará modelos matemáticos passíveis de serem utilizados nessa situação.

O propósito de uma rede de transmissão de energia é transferir energia elétrica das unidades geradoras de diversos locais até o sistema de distribuição, que por fim alimenta a carga. Todas as redes de transmissão em um sistema de potência exibem as propriedades elétricas de resistência, indutância, capacitância e condutância. A indutância e capacitância são causadas devido aos efeitos dos campos magnéticos e elétricos em torno do condutor, e junto com a resistência, são parâmetros essenciais para o desenvolvimento de modelos de linha de transmissão utilizados em análise de sistemas de potência. A condutância leva em consideração as fugas de corrente que ocorrem nos isoladores e no ar ionizado (efeito corona). Porém essas correntes são insignificantes em comparação com aquela circulando na linha de transmissão, e por isso o parâmetro condutância é desconsiderado. Dessa maneira, os parâmetros resistência, indutância e capacitância são os considerados na modelagem matemática de uma linha de transmissão de energia (SAADAT, 1999). Sistemas de distribuição de energia elétrica são formados por linhas de transmissão trifásicas. Porém na sua modelagem matemática, são representadas por um modelo equivalente por fase, ou seja, o sistema trifásico é reduzido a um sistema monofásico equivalente. O modelo matemático a ser utilizado para uma linha de transmissão depende do comprimento da mesma: curtas, médias ou longas.

No modelo matemático para linhas curtas, somente os parâmetros resistência e indutância são considerados. A capacitância pode ser ignorada sem causar perda de precisão se as linhas possuem menos de 80 km ou se a tensão é menor que 69 kV.

Com o aumento do comprimento da linha de transmissão, o parâmetro capacitância deve ser considerado. Linhas entre 80 km e 250 km são consideradas linhas de transmissão médias. No circuito equivalente, metade da capacitância shunt é considerada no início da linha e metade no final. O modelo para linhas de transmissão médias é conhecido como  $\pi$  nominal.

Para linhas curtas e médias foram utilizados modelos que consideram os parâmetros da linha concentrados. Ou seja, toda a resistência e reatância da linha é considerada como concentrada em uma única impedância. Para as distâncias consideradas esse tipo de modelo produz resultados

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

precisos. Porém para linhas com distâncias de 250 km ou mais, é necessário considerar o efeito dos parâmetros distribuídos para se manter a precisão da representação, ou seja, é necessário considerar a linha de transmissão como ela realmente se dispõe. A análise matemática para esse modelo é mais complexa que dos modelos de linha curta e média. Esse modelo matemático para linhas longas é conhecido como  $\pi$ ; equivalente, e é o que apresenta maior precisão.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir do estudo dos modelos matemáticos, teve que se fazer a escolha do mais adequado para a realização da modelagem do sistema de distribuição onde será feita a aquisição dos dados. KINDERMANN (1997) faz uma relação entre comprimento da linha e nível de tensão nos quais os modelos de linha curta e média podem ser aplicados, conforme Tabela 1. O modelo de linha longa, por ser o mais preciso, pode ser aplicado em qualquer situação.

Modelo linha curta		Modelo linha média	
Tensão de linha (VL)	Comprimento máximo (L)	Tensão de linha (VL)	Comprimento máximo (L)
$VL < 150 \text{ kV}$	80 km	$VL < 150 \text{ kV}$	$80 \text{ km} < L < 200 \text{ km}$
$150 \text{ kV} < VL < 400 \text{ kV}$	40 km	$150 \text{ kV} < VL < 400 \text{ kV}$	$40 \text{ km} < L < 200 \text{ km}$
$VL > 400 \text{ kV}$	20 km	$VL > 400 \text{ kV}$	$20 \text{ km} < L < 100 \text{ km}$

Tabela 1 - Aplicação de modelos matemáticos

Conforme dados observados na Tabela 1, existe uma relação inversamente proporcional entre o nível de tensão e o comprimento máximo de linha no qual um modelo pode ser aplicado. Ou seja, quanto maior a tensão menor será o comprimento máximo que um determinado modelo pode ser aplicado. O modelo de linha curta, por exemplo, pode ser utilizado para comprimentos de no máximo 80 km para tensões menores que 150 kV, porém para tensões maiores que 400 kV o limite é de 20 km. Isso se deve ao fato de que quanto maior a tensão, maior o campo elétrico produzido pela linha, o que acentua o efeito capacitivo. Como o modelo de linha curta ignora o efeito da capacitância shunt, para comprimentos maiores deve-se optar pelos modelos de linha média ou longa.

Apesar disso, o sistema de instrumentação será instalado em alimentadores de 23,1 kV do sistema de distribuição que estão localizados na área urbana da cidade de Ijuí. Dessa maneira, o sistema a ser modelado possui comprimento e tensão abaixo dos limites de 80 km e 150 kV impostos pelo modelo de linha curta. Sendo assim, o modelo matemático mais simples, o modelo de linha curta, é adequado para a ser utilizado para a modelagem do sistema de distribuição.

Apesar disso, o ambiente de simulação Simulink já apresenta como padrão o bloco do modelo  $\pi$ ; equivalente para a representação de linhas de transmissão. Esse bloco aceita como entradas a resistência, indutância e capacitância por unidade de comprimento, e o próprio comprimento da linha de transmissão. Dessa maneira, pode ser utilizado esse bloco apenas ignorando-se o parâmetro

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

capacitância, que não apresenta efeitos significativos quando a linha de transmissão possui comprimentos pequenos.

Sendo assim, para o trabalho foi realizada a simulação de um trecho de um dos alimentadores do sistema de distribuição de energia elétrica do DEMEI, conforme Figura 1. Nesse trecho estão conectados 7 transformadores, porém em 3 deles a demanda salva no sistema é de 0kVA. Dessa maneira, para fins de simulação foram consideradas as demandas de apenas 4 desses transformadores. Os valores de distâncias, resistência e indutância foram obtidos a partir dos dados fornecidos pelo sistema do DEMEI, os quais foram considerados para a realização da simulação.



Figura 1 - Trecho do sistema a ser modelado

Esse trecho foi replicado no ambiente de simulação Simulink, conforme Figura 2. Os segmentos da linha foram representados através do bloco do modelo 'equivalente', e para as cargas foi considerada a demanda do transformador sendo aplicado um fator de potência de 0,92. Foi colocada uma medição de correntes e tensões trifásicas no início do alimentador, simulando assim o sistema de aquisição de dados a ser instalado. O resultado dessas medições para a simulação é demonstrado na Figura 3.

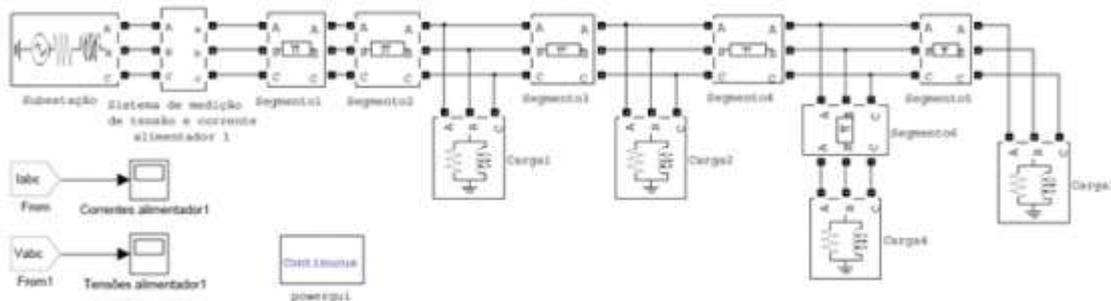


Figura 2 - Simulação Simulink

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

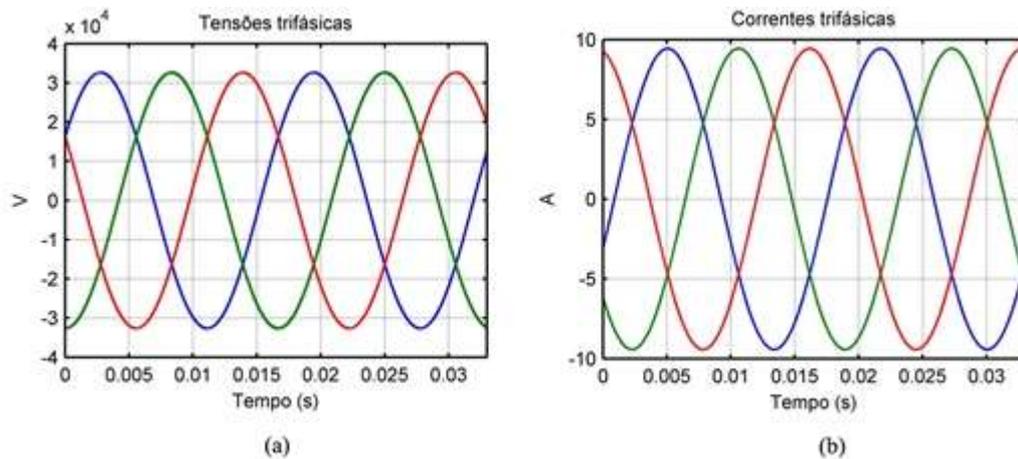


Figura 3 - Medições de tensão (a) e corrente(b)

## CONCLUSÕES

O principal objetivo deste artigo foi apresentar o processo de estudo e implementação de um modelo matemático que pudesse representar corretamente a rede elétrica de média tensão onde o sistema de aquisição de dados do projeto em questão será instalado. Para tanto, inicialmente foi realizada uma pesquisa na bibliografia para obtenção de informações acerca de modelos matemáticos aplicados às redes de transmissão de energia elétrica. A partir deste estudo, foi constatado que por ser uma rede urbana e de pequeno comprimento, o modelo mais simples, o de linha curta, poderia ser utilizado. Apesar disso, o software Simulink apresenta como padrão para linhas de transmissão o bloco do modelo  $\pi$  equivalente. Dessa maneira, para a implementação o parâmetro capacitância foi ignorado, simplificando assim os parâmetros necessários para a implementação do modelo.

Para a implementação, foram utilizados os dados fornecidos pelo DEMEI para um pequeno trecho de um de seus alimentadores. A simulação foi realizada, e os resultados obtidos comprovaram o correto funcionamento do modelo. Apesar disso, como o sistema de medição de dados ainda não foi instalado, o modelo implementado não pode ser validado.

Sendo assim, para a evolução do trabalho é necessário que o sistema de aquisição de tensão e corrente previsto para o projeto seja instalado. Somente a partir disso é que o método de implementação computacional pode ser validado para comprovar que ele realmente representa o sistema físico real. Além disso, para trabalhos futuros fica a tarefa de complementar o modelo construído. Isto é, representar todas as cargas e todos os segmentos do alimentador, não de apenas um pequeno trecho como foi realizado.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Modelo  $\pi$ ; Simulink.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** V Seminário de Inovação e Tecnologia

Agradecimentos: Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela Bolsa de Iniciação Científica.

#### Referências Bibliográficas

MIRANDA, Sandy Tondolo et al. Sistema De Aquisição De Dados Para Medição De Média Tensão. XXVI Congresso Regional de Iniciação Científica & Tecnológica em Engenharia. 2014.

SAADAT, H. Power System Analysis. McGraw-Hill Company, 1999.

KINDERMANN, G. Curto-Circuito. Sagra Luzzato, 1997.