XXIII Seminário de Iniciação Científica
XX Jornada de Pesquisa
XVI Jornada de Extensão
V Mostra de Iniciação Científica Júnior
V Seminário de Inovação e Tecnologia

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

PREDIÇÃO DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS DE LITHIUM-ION POLYMER UTILIZANDO INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL[1]

Rita Salete Kusiak[2], Douglas Joziel Bitencourt Freitas[3], Airam Tereza Zago Romcy Sausen[4], Paulo Sérgio Sausen[5].

[1] Pesquisa desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle da Unijuí.
[2] Mestranda em Modelagem Matemática, Unijuí, bolsista Capes, ritinha.kusiak@yahoo.com.br.
[3] Mestrando em Modelagem Matemática, Unijuí, bolsista Capes, douglasjoziel@outlook.com.
[4] Profª. Drª. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, orientadora, airamsausen@gmail.com.
[5] Prof. Dr. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, coorientador, paulosausen@gmail.com.

1 INTRODUÇÃO

No estudo dos fenômenos dinâmicos da descarga de baterias que alimentam dispositivos móveis, através da aquisição de dados por experimentos em laboratório, observa-se dentre as várias grandezas do processo que a duração de uma bateria, em horas, depende da corrente de descarga, em Ampère. Diante disso, deseja-se estabelecer uma ligação entre tais variáveis, sob a forma matemática de relação funcional y = f(x), suave e definida no domínio de f, no intuito de realizar predições acerca do fenômeno estudado.

Na literatura, uma das formas de realizar tal predição é através da modelagem física. Inserido neste contexto, o Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), da Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), tem desenvolvido estudos com a aplicação e análise dos principais modelos matemáticos de baterias que constam na literatura – e.g., modelos analíticos (SILVA, 2013), elétricos (BRONDANI, 2015), via Identificação de Sistemas (KUHN, 2014) e híbridos (FRANSOZI, 2015).

Contudo, dentro da modelagem matemática, uma das técnicas alternativas de estabelecer tal relação é a interpolação de polinômios (ou polinomial), utilizando o método dos Mínimos Quadrados para estimação de seus coeficientes (CHUQUIPOMA, 2012). Esta técnica é muito útil à formulação simplificada, e ampara a determinação dos coeficientes do polinômio apenas em um conjunto de dados experimentais. Segundo Burden e Faires (2003), a interpolação polinomial, consiste em utilizar métodos numéricos para obter uma relação funcional, na forma de um polinômio linear P(x), entre uma variável dependente x e uma variável independente y.

O principal objetivo deste trabalho é aplicar e, em seguida, avaliar a técnica de interpolação polinomial, pelo método dos Mínimos Quadrados (MQ), para obtenção de um modelo, a partir de dados obtidos em ensaios laboratoriais, para predição do tempo de vida de baterias de Lithium-Ion Polymer (Li-Po), sob perfis de descargas constantes. Além disto, deseja-se verificar qual o grau ótimo para o polinômio, comparando os resultados com dados dados experimentais obtidos através de uma plataforma de testes (i.e., testbed), desenvolvida pelo GAIC.

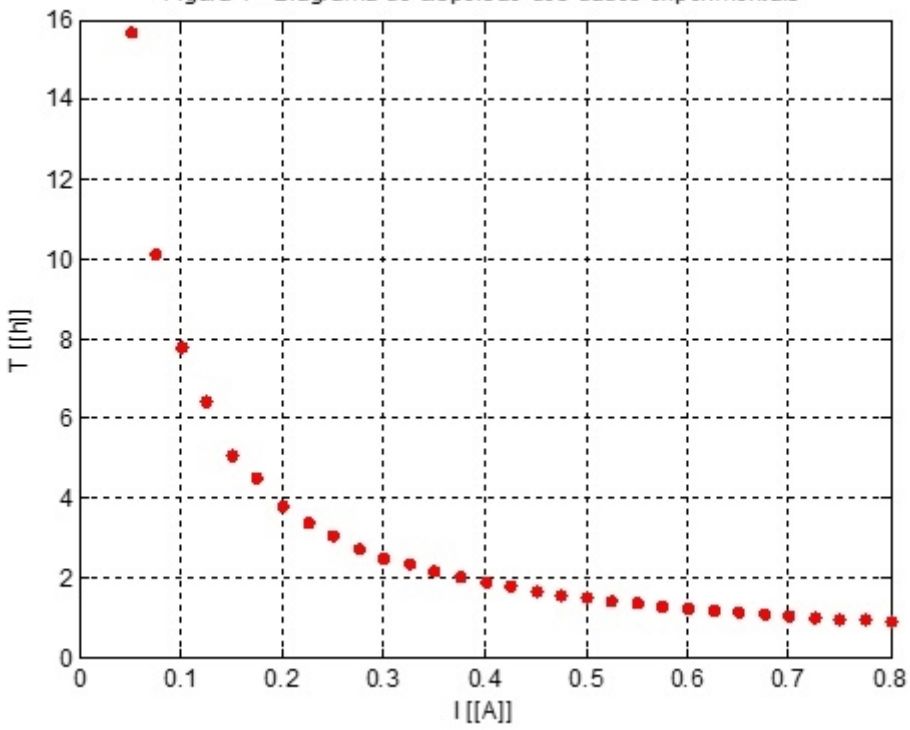
2 METODOLOGIA

2.1 Aquisição de dados experimentais

O processo de coleta de dados experimentais constitui uma parte essencial para obtenção de uma relação funcional utilizando o método de ajuste de curvas. Neste trabalho, a aquisição de dados foi feita através da plataforma de testes localizada no Laboratório de Sensores Inteligentes, do GAIC. Esta plataforma opera de forma autônoma e flexível, a fim de capturar a curva característica de descarga de uma bateria (NONEMACHER et al., 2010). Nos ensaios em laboratório, foram utilizadas oito baterias novas de Li-Po, comumente utilizadas em celulares da marca Nokia, modelo PL-383562-2C, sendo que todas as coletas de dados seguiram a mesma metodologia, tanto para o carregamento, quanto para a descarga das baterias.

Neste trabalho, foram utilizados 31 perfis de descarga com correntes constantes (i), em Ampère, variando de 0,05 A a 0,8 A, com intervalo entre perfis de 0,025 A. Cada um dos perfis gerou, respectivamente, de modo individual, um tempo de descarga para cada bateria. A partir do conjunto de dados experimentais adquirido, foi possível calcular as médias de tempo de vida (t), em horas, para cada perfil de descarga contínua; quando dispostos em um plano em IR^2, geram um diagrama de dispersão de pontos dos dados experimentais (cf., Figura 1).

Figura 1 - Diagrama de dispersão dos dados experimentais



Fonte: Elaborado pelos autores.

2.2 Aplicação da interpolação polinomial

Uma das classes de funções muito bem conhecida e útil, dentre aquelas que mapeiam o conjunto IR em si mesmo, é a classe dos polinômios algébricos, com o conjunto de função da forma mais geral

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n, \qquad (1)$$

onde n é um número inteiro não negativo, e a[0], a[1], ..., a[n-1], a[n] são constantes reais. A classe dos polinômios algébricos é de grande importância, aproximando de uniformemente funções contínuas, a partir de um conjunto contendo k pontos P(x, y), até o grau n = k - 1. Além disso, dada qualquer função, suave, definida e contínua em um intervalo limitado e fechado, existe um polinômio que pode ser próximo da função dada conforme o desejado (BURDEN; FAIRES, 2003).

Por definição, sejam x, y duas grandezas variáveis inter-relacionadas, cujas medidas experimentais são dadas por um conjunto de dados, uma interpolação polinomial que relaciona as grandezas é definida por

$$f(x, a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n. \qquad (2)$$

Dado um conjunto de dados experimentais

$$A = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_k, y_k)\}$$

os coeficientes a[0], a[1], ..., a[n-1], a[n] da equação (2) podem ser determinados utilizando o método dos MQ, que é amplamente usado em rotinas de otimização de parâmetros de uma equação (CHUQUIPOMA, 2012).

2.2.1 O Método dos Mínimos Quadrados

De modo geral, o método dos MQ consiste em determinar os parâmetros de uma equação de tal modo que minimize o valor de

$$S(a_0, a_1, \ldots, a_n) = \sum_{i=1}^{k} [f(x_i, a_0, a_1, \ldots, a_n) - y_i]^2 \qquad (3)$$

ou seja, o método consiste em minimizar a soma do quadrado dos desvios entre os diversos valores observados e os valores ajustados de y[i] (CHUQUIPOMA, 2012).

Derivando a equação (3), em relação aos coeficientes a[0], a[1], ..., a[n-1], a[n], as condições necessárias de minimização são dadas por um Sistema de Equações Lineares (SEL) que escrito na forma matricial é expresso por

$$\begin{bmatrix} k & \sum_{i=1}^{k} x_i & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_i^n \\ \sum_{i=1}^{k} x_i & \sum_{i=1}^{k} x_i^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{k} x_i^n & \sum_{i=1}^{k} x_i^{n+1} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_i^{2n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} y_i \\ \sum_{i=1}^{k} x_i y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{k} x_i^n y_i \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

sendo que a solução exata (i.e., um vetor dos coeficientes a[n] do polinômio) pode ser obtida através de um método devidamente apropriado – neste caso, o método escolhido é a decomposição Lower-Upper (LU), em virtude de questões de condicionamento do determinante da matriz principal, que por fugir do escopo e pela brevidade do texto não serão abordados.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da coleta dos dados experimentais, os mesmos são separados em dois conjuntos distintos: (a) O conjunto de dados para estimação dos parâmetros do modelo, composto pelos perfis de descarga para as correntes constantes Ie = {0,05; 0,1; 0,15; ...; 0.8}, em Ampère; e, (b) O conjunto de dados para validação do modelo, composto pelos perfis de descarga para as correntes constantes Iv = {0,075; 0,125; 0,175; ...; 0,775}, em Ampère.

Na sequência, a implementação computacional é realizada na ferramenta computacional MatLab, em um arquivo no formato M-file, inicialmente, avaliando qual o grau ótimo para o conjunto de dados experimentais obtido. O modelo que melhor se ajusta ao conjunto de dados (cf. Figura 1), com grau ótimo, é o polinômio de grau n = 10 (cf. Figura 2), e é dado pela equação

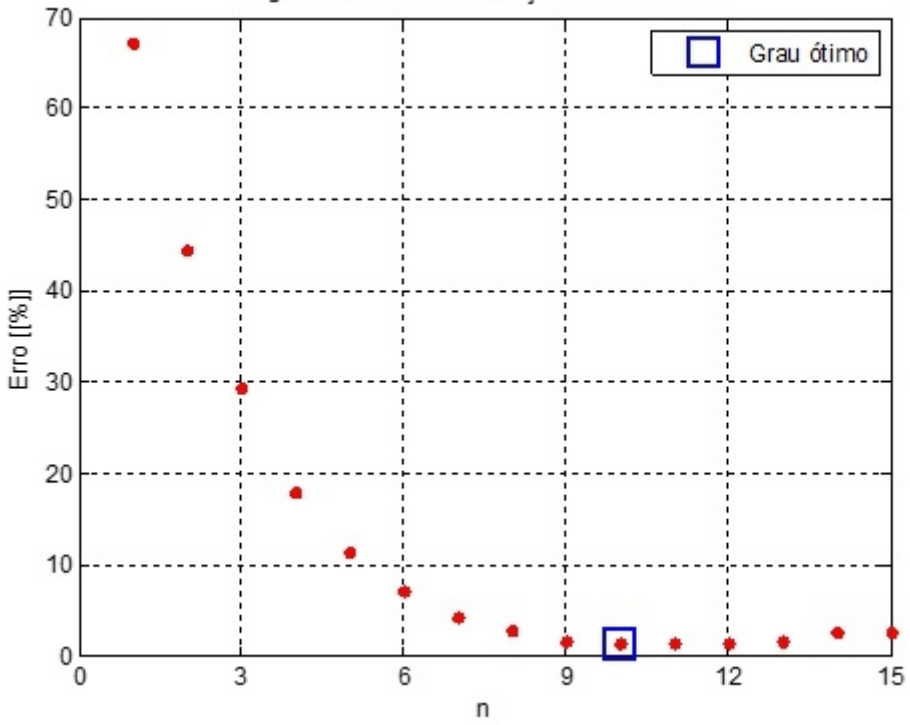
$$P_{10}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{10} x^{10}, \qquad (5)$$

onde os coeficientes encontrados, a partir do primeiro conjunto de dados de estimação e do método MQ são, respectivamente: a[0] = 39,9761; a[1] = -795,8513; a[2] = 8384,3137; a[3] = -53360,1122; a[4] = 219132,7802; a[5] = -600126,8017; a[6] = 1107192,5168; a[7] = -1359772,6130; a[8] = 1065962,2137; a[9] = -482767,3446; e, a[10] = 96140,9809.

Com o conjunto de dados de validação calcula-se os erros sob a forma de resíduos percentuais, visando validar o modelo apresentado. O erro médio encontrado para o modelo é de 1,36%, predizendo o tempo de vida da bateria (cf. Figura 3), segundo a literatura, com uma precisão aceitável (i.e., menor que 5%). Os resultados obtidos colocam o modelo apresentado muito próximo a faixa de acurácia de modelos mais robustos, como, por exemplo, os modelos híbridos (DUARTE, 2014; FRANSOZI, 2015).

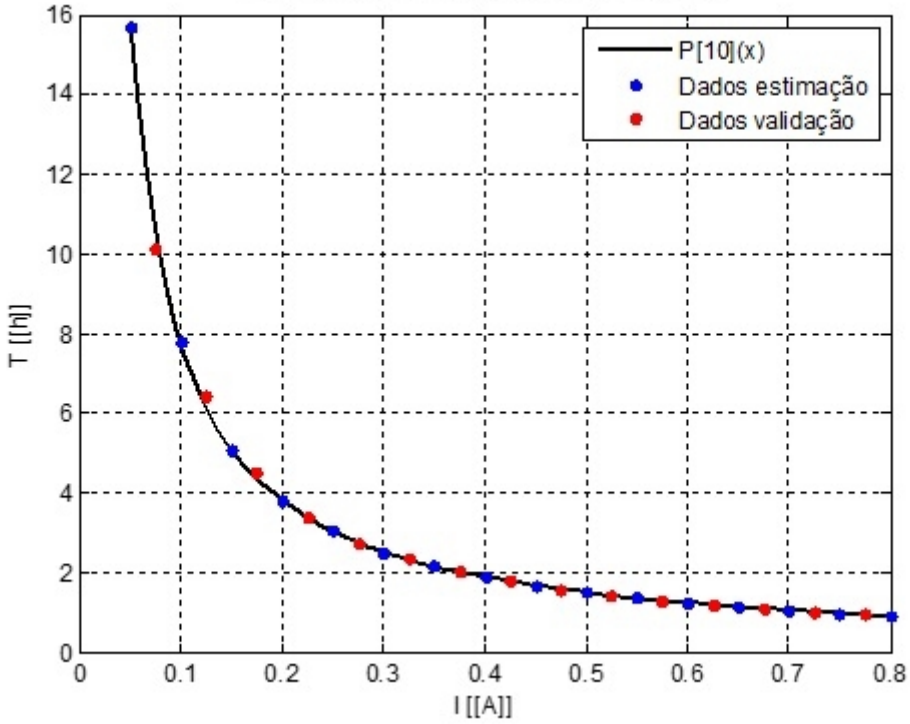
O erro máximo do modelo descrito pela equação (5) é de 5,05%, para o perfil de descarga de 0,075 A; em contraponto, o erro mínimo é de apenas 0,01%, para o perfil de descarga de 0,275 A. Este fato ocorre em virtude da presença de efeitos não lineares no processo de descarga, os quais têm maior influência no tempo de vida da bateria para perfis de correntes baixas (SILVA, 2013). Por fugir da finalidade do trabalho, os efeitos não lineares são totalmente desconsiderados, sendo o ajuste de curvas efetuado considerando apenas os dados experimentais.

Figura 2 - Gráfico da variação do erro médio



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 3 - Gráfico do ajuste polinomial ótimo



Fonte: Elaborado pelos autores.

4 CONCLUSÕES

Através deste trabalho, verifica-se que o modelo obtido utilizando a técnica de interpolação polinomial, com resolução pelo método MQ, é capaz de estabelecer a relação funcional entre o tempo de vida e o perfil de descarga de baterias de Li-Po. A aproximação entre a relação funcional obtida e os dados de validação, podem ser visualmente avaliados na Figura 3. O modelo possui um nível de acurácia dentro dos limites aceitáveis, tendo um erro médio de 1,37%, situando-se muito próximo aos resultados de modelos analíticos de alta acurácia. Como perspectivas de trabalhos futuros pretende-se comparar o modelo apresentado com modelos já estudados pelo GAIC. Além disso, deseja-se aplicá-lo a outros tipos de baterias, bem como avaliá-lo em perfis de correntes de descarga variáveis, visando analisar o seu comportamento neste cenário.

5 PALAVRAS-CHAVE

Modelagem matemática; interpolação polinomial; ajuste de curvas; duração de baterias; dispositivos móveis.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo aporte financeiro, e à Unijuí, pela estrutura física oferecida.

REFERÊNCIAS

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. Análise numérica. São Paulo: Thomson, 2003.

BRONDANI, M. F. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero utilizando algoritmos genéticos. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

CHUQUIPOMA, J. A. D. Modelagem matemática. São João del-Rei: UFSJ, 2012. Disponível em: < https://matematicaufsj.files.wordpress.com/2013/01/caderno_modmat2012.pdf >. Acesso em: 8 jun. 2015.

FRANSOZI, L. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de modelos híbridos. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

KUHN, I. Predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: aplicação de uma metodologia para determinar a melhor ordem dos modelos em Identificação de Sistemas. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

NONEMACHER, H. B. et al. Desenvolvimento de um testbed para avaliação de modelos matemáticos utilizados na predição do tempo de vida de baterias. In: CONGRESSO REGIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA NA ENGENHARIA, 24., 2010, Rio Grande. Anais... Rio Grande: Ed. Furg, 2010. p. 2-4.

SILVA, B. F. Método de procura em rede melhorado: uma proposta para a estimação dos parâmetros do modelo de Rakhmatov-Vrudhula. 2013. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013.