

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

ENSINO DO CONCEITO DE LIMITE SOB A PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO¹

Raquel Taís Breunig², Cátia Maria Nehring³.

¹ Trabalho de Pesquisa desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – Mestrado – UNIJUI.

² Mestre em Educação nas Ciências, Membro do Grupo de Estudo em Educação Matemática – GEEM, Professora do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias/UNIJUI, Professora de Matemática de Escola Pública Estadual, raqueltaisb@yahoo.com.br

³ Professora Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – UNIJUI, Pesquisadora do Grupo de Estudos em Educação Matemática – GEEM, Professora do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias/UNIJUI, catia@unijui.edu.br

Introdução

O presente trabalho visa apresentar os resultados da pesquisa realizada no Mestrado da primeira autora, com orientação da segunda. A pesquisa tem como objetivo analisar os processos de mediação docente e os registros de representação semiótica evidenciados na prática de ensino de um professor do Ensino Superior, considerando o ensino do conceito de limite na disciplina de Cálculo I, que compõe o núcleo comum dos cursos de Engenharia. Esta análise foi subsidiada pela teoria da Mediação, desenvolvida por Vigotsky, e pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval. De acordo com esses autores, o papel do professor é criar condições de aprendizagem conceitual por parte dos discentes. Para isto é importante que, em sua mediação, o professor considere os diferentes Registros de Representação Semiótica dos objetos matemáticos. A partir de um mapeamento de teses e dissertações brasileiras, verifica-se que grande parte dos estudos enfatiza a aprendizagem, apontando principalmente as dificuldades de conceitos matemáticos de Cálculo nos cursos de Engenharia e não o processo de ensino do professor. Esta constatação subsidia a intenção de acompanhar aulas de uma turma de Cálculo I, de uma universidade e analisar as ações docentes no ensino de Limite.

Metodologia

Os procedimentos metodológicos da pesquisa se caracterizam como estudo de caso, pois baseou-se em uma abordagem qualitativa que envolve a coleta, análise e descrição de dados a partir de ações pré-estabelecidas. O contexto da pesquisa envolve uma turma de Cálculo I, pertencente ao núcleo comum de disciplinas dos cursos de Engenharia de uma Universidade do interior do Estado do Rio Grande do Sul. Considerando o processo de mediação docente como parte do processo de aprendizagem realizou-se a escolha de um professor que se disponibilizou como voluntário da pesquisa, e definiu uma de suas turmas da disciplina de Cálculo I, ofertado no primeiro semestre do ano de 2012, para ser lócus da pesquisa.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

Com o intuito de analisar e compreender a mediação do docente a partir da fala, escrita, intervenções individuais com os discentes e no grupo, e suas ações (movimentos), foi utilizada uma filmadora que durante todo o período de aula ficou focada apenas no professor. Para facilitar a compreensão e posterior transcrição da sua fala, foi utilizado um gravador de voz de lapela, fixado em sua roupa. No total, foram gravados e filmados 15 encontros, nos quais a pesquisadora também utilizou um Diário de Campo, considerando a necessidade de realizar alguns apontamentos pertinentes ou destacar alguns pontos que viessem a ter significado para a pesquisa.

Feitas as gravações, filmagens e anotações no Diário de Campo, os áudios foram ouvidos e transcritos. As transcrições ocorreram considerando cada aula, ou seja, Aula 1, Aula 2, e assim sucessivamente, nas quais foram destacadas as falas do professor e dos discentes. As falas do professor foram identificadas nas transcrições como “Prof.”, já as falas dos discentes foram destacadas como “Acad.” no momento em que havia a intervenção de apenas um discente, “Acads”, quando da intervenção de dois ou mais discentes, e “Acad. 1, Acad. 2, ...”, em situações que ocorria um diálogo entre diferentes discentes e o professor em uma mesma situação. Ao remeter aos discentes, cabe esclarecer que não foi feita uma descrição pontual, considerando que o foco da pesquisa era o professor, ou seja, não houve uma distinção entre os discentes que se manifestavam, podendo a cada encontro a fala de um discente diferente ser identificado como “Acad.”.

As transcrições foram organizadas em episódios, tendo como critérios as ações docentes e os conteúdos e atividades desenvolvidas, sendo nomeados considerando o número e a data do encontro. Os episódios possibilitaram pontuar momentos e ações do docente, considerando a noção intuitiva de limite, os procedimentos de mediações docentes para a formalização deste conceito, e as intencionalidades docentes para as atividades de conversão e tratamento dos Registros de Representação Semiótica (RR).

Para além dos episódios, que servem como registros de análise, utilizaram-se, ainda, os registros dos discentes a partir de cópias das avaliações que possibilitaram analisar e identificar os indícios das atividades de tratamento e conversão dos RR por parte dos discentes, possibilitando identificar seus limites e possibilidades à elaboração conceitual de limite.

A análise foi efetivada a partir dos Episódios 3 e 4 que compõem a Aula 4, realizada no dia 22 de março de 2012 (Aula 4 – Episódios 3 e 4 – 22/03/2012), marcando a mediação docente na noção intuitiva de limite. A formalização do conceito é efetivamente analisada a partir dos Episódios 1, 2, 3 e 4, que pertencem à Aula 6, realizada no dia cinco de abril de 2012 (Aula 6 – Episódios 1, 2, 3 e 4 – 05/04/2012). Buscando identificar os indícios de tratamento e conversão dos RR por parte dos discentes, considerando o conceito de limite, analisam-se duas questões que compõem a primeira avaliação realizada no dia 19 de abril de 2012, nas quais os discentes são instigados a registrar o aprendizado.

Resultados e Discussão

O conceito de Limite introduz o estudo da Derivada no processo de ensino. Este processo ocorre não pelo acaso, mas sim porque é a partir do Limite que se organiza a definição da Derivada e, posteriormente, da Integral. Considerando o processo de ensino do conceito de Limite na disciplina de Cálculo I, tem-se que a Ementa da disciplina visa enfatizar o ensino desse conceito, inicialmente,

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

a partir de uma ideia intuitiva, com a finalidade de construção do conhecimento por parte do discente, até sua formalização e definição. Anton (2000, p. 112), autor de um dos livros didáticos referenciados como bibliografia básica da disciplina, enfatiza que “[...] o conceito de limite é o alicerce sobre o qual todos os outros conceitos do cálculo estão baseados”. Historicamente, o processo de elaboração do conceito de Limite surgiu a partir de problemas geométricos, considerando a área de regiões planas e as retas tangentes à curva. Estes problemas dão sentido à Matemática, possibilitando a evolução das teorias. A partir de uma análise histórica do conceito de Limite, é possível entendê-lo como um saber científico que é transformado, posteriormente, em um saber a ensinar, produzido na, e a partir da intervenção docente.

A mediação docente torna-se necessária neste processo de transformação dos saberes, pois conforme Vigotsky (2008, p. 108), ela é importante na elaboração do conceito pelo discente, possibilitando-lhe atribuir sentido e significado ao conceito que não é internalizado de forma pronta, pois “[...] os conceitos se formam e se desenvolvem sob condições internas e externas [...]”. Além disso, a partir de Vigotsky (2008), entende-se que a significação, a internalização e a apropriação de um conceito por parte do discente evoluem à medida que este conceito vai sendo utilizado e generalizado. Ou seja, conforme o entendimento do discente vai se desenvolvendo, possibilitando a formação e apropriação do significado do conceito.

Para que ocorra a aprendizagem do conceito de Limite, e este tenha significado para o discente, enfatiza-se, a importância do docente, em seu processo de mediação, considerar a Teoria dos RRS (DUVAL, 2003, 2009, 2011), que possibilita, a partir da conversão dos registros, a compreensão e significação conceitual matemática por parte dos discentes, ou seja, possibilita ao professor criar condições de aprendizagem. Tanto é que Duval (2009, p. 14) afirma que “[...] um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes.” Essas diferentes representações são indispensáveis para a compreensão e significação conceitual de um objeto matemático.

Considerando os diferentes RR, destacam-se dois tipos distintos de transformações, que são o tratamento e a conversão. O tratamento permanece em um único RR, e a conversão consiste em mobilizar, ao menos dois diferentes RR de um mesmo objeto matemático. Duval (2003, p. 15) ainda enfatiza que “[...] a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas.”

Este entendimento enfatiza a necessidade de o professor se destacar como mediador do processo. Para que o discente seja capaz de transitar naturalmente entre os diferentes RR de um objeto matemático, é necessário que o professor considere esses diferentes registros em suas intencionalidades de ensino. Este transitar entre os RR possibilitará a compreensão conceitual dos objetos matemáticos, mas isto só se efetivará se o objeto matemático a ser ensinado estiver claro ao professor. Associando a Teoria dos RRS ao objeto matemático de Limite, é possível representá-lo a partir do Registro Algébrico (RA), Registro Numérico (RN), Registro Gráfico (RG) e do Registro da Língua Natural (RLN). O RA consiste na representação algébrica do limite de uma função, na qual a letra tem o papel de variável; o RN expressa situações a partir de sequências numéricas e tabelas; o RG envolve gráficos no plano cartesiano; e, finalmente, o RLN representa situações na forma escrita ou falada.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

Conceitos intuitivos de Limite: procedimentos de mediações docentes

Os conceitos intuitivos de Limite, marcando a mediação docente deste processo, podem ser caracterizados nos Episódios 3 e 4, ocorridos na Aula 4, realizada no dia 22 de março de 2012. Tais episódios são marcados pelo ensino conceitual da função exponencial. A partir destas discussões o professor chama a atenção quanto à tendência da função, destacando as aproximações da variável independente x , e da função, respectivamente, instigando o discente a compreender o conceito intuitivo de Limite. Estas discussões são subsidiadas pelos diferentes RR do Limite. O discente, para significar o conceito de “tender” e limite, precisa compreender o que significa a palavra “tendência”, e seu papel na função exponencial, pois é a partir desse pensamento que posteriormente conseguirá apreender o significado conceitual de Limite, que está intimamente ligado à compreensão de aproximação, infinitamente próximo a um valor, a uma variável. É o conceito de infinitamente próximo que possibilitará ao discente compreender o que é o limite.

Procedimentos de mediações docentes para a formalização do conceito de Limite

Os procedimentos de mediação docente para o processo de formalização do conceito podem ser caracterizados nos Episódios 1, 2, 3 e 4, que constituem a Aula 6, realizada no dia cinco de abril de 2012. Inicialmente, no Episódio 1, o professor retoma as discussões realizadas na ideia intuitiva do conceito de Limite para então formalizá-lo em um episódio posterior. Vale destacar que, apesar de noção intuitiva do conceito de Limite o professor chamar várias vezes a atenção para a tendência da Função Racional, os discentes não recordam nenhuma situação em que utilizaram a ideia intuitiva do conceito. A intencionalidade do professor, considerando o Episódio 2, é relacionar o conceito intuitivo de Limite ao formal. Para isto, destaca os registros feitos intuitivamente, ou seja, quando as variáveis x e y se aproximam de um determinado valor, chamando a atenção para a escrita formal de Limite, enfatizada na primeira parte do Episódio 3. Constantemente o professor relembra a ideia intuitiva de Limite, destacando as diferentes representações da função, instigando o discente a ampliar a significação do conceito. O Episódio 4 é marcado pela fala do professor, destacando que a partir deste momento será formalizado o conceito de Limite.

A partir disso, o professor explicita a aplicação do Limite no estudo do Cálculo Diferencial e Integral, chamando a atenção para a definição de Derivada, que é organizada a partir de Limite, ampliando a discussão para aplicações do Limite, por exemplo, o volume de um objeto. O professor explicita a definição formal do Limite e define matematicamente o conceito de Limite, relacionando a definição feita com as análises da função, chamando a atenção para a tendência e aproximação das variáveis, considerando agora, também, os valores laterais, à esquerda e à direita de x , sempre relacionando as representações algébricas, numéricas e gráficas. Verifica-se que o professor apenas propõe a definição de Limite, que por sua vez é diferente de formalizar o seu conceito. Entende-se que é escolha do professor refinar a noção intuitiva de Limite, instigando o discente a compreender o que é o Limite de uma função. Evita, assim, uma discussão matemática mais rigorosa do Limite. Estas análises possibilitaram verificar que o professor é o mediador entre o saber científico e o saber a ensinar e aprendido, pois utiliza diferentes representações e situações para possibilitar ao discente a compreensão conceitual, ou seja, que este apreenda e dê significado ao conceito de Limite. Isso se

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

observa nos momentos em que o professor retoma a noção intuitiva de Limite, relaciona e analisa as diferentes representações da função e do limite e, por fim, busca formalizar o conceito, ainda que destacando a noção intuitiva e sua definição.

Intencionalidades docentes para as atividades de tratamento e conversão

Neste momento buscamos identificar quais foram os RR utilizados pelo professor em sua mediação, considerando o conceito intuitivo de limite e a formalização do conceito, e se houve a intencionalidade do professor em promover as transformações entre as diferentes representações do conceito. O professor considera em sua mediação os diferentes RR inerentes ao Limite, tanto na noção intuitiva do conceito quanto em sua formalização. Verifica-se no processo de mediação da noção intuitiva de Limite o seguinte movimento: RA de função – RN – RLN – RA de Limite – RG – RN – RG – RLN – RA de Limite. Além deste movimento de vai e vem entre os diferentes RR de Limite, antes de realizar a última representação algébrica de Limite, o professor retoma o RLN, o RG e o RN, relacionando-os, ou seja, traz as diferentes possibilidades de mobilizar os RR de Limite aos discentes. Quanto à formalização do conceito de Limite, inicialmente o professor retoma a ideia intuitiva para então formalizar de fato o conceito de Limite. Verificam-se os seguintes movimentos entre as diferentes representações do conceito: RA da função – RG – RLN – RG – RN (Tratamento do RA da função) – RLN – RA de Limite – RN (Tratamento do RA da função) – RLN – RA de Limite – RLN – RN (Tratamento do RA da função) – RLN – RG – RN (Tratamento do RA da função) – RLN – RA de limite – RG. O professor enfatiza um movimento maior entre as diferentes representações, enfatizando sempre a relação entre o RLN, o RG, o RN e o RA de Limite, possibilitando a visualização das diferentes formas de representar o objeto matemático, chamando sempre a atenção dos discentes a essas relações. Em sequência, a partir da análise do RG, apontando para o Limite da função em questão nas proximidades de um determinado ponto, traz em suas intencionalidades o seguinte movimento: RG – RN (Tratamento do RA da função) – RG – RLN – RA de Limite – RLN – RA de Limite – RLN – RA de Limite – RLN – RG – RA de Limite. O professor enfatizou a relação entre o RG e os demais RR de Limite, instigando constantemente os discentes a verificar esta relação, aumentando sua entonação de voz (RLN), indicando no RG, no RA de Limite, nos RN, o que é o Limite, possibilitando ao discente construir um significado ao conceito.

Conclusões

Verificou-se que os diferentes registros de representação do objeto de Limite estão presentes nas mediações docentes, e que o professor busca enfatizar e dar significado ao conceito a partir de diferentes intencionalidades. É destacada a noção intuitiva de Limite a partir do ensino da função exponencial, explicitando diferentes RRS. Isto se evidencia novamente no momento em que o professor busca formalizar o conceito de Limite, considerando a discussão da noção de tendência, aproximação. O professor recorre à noção de infinito, considerando a tendência/proximidade das variáveis a um determinado valor, ou seja, está infinitamente próxima. A partir dessa discussão o professor “nomeou” o valor que se aproxima de uma função como o “limite da função”. Os Registros de Representação Semiótica, ao fazerem parte das intencionalidades docentes,

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico

Evento: XX Jornada de Pesquisa

possibilitam ao discente compreender o conceito de Limite, bem como coordenar os diferentes registros do objeto matemático. A partir das análises e reflexões realizadas também foi possível elencar algumas questões que podem nortear novas pesquisas, como por exemplo, a importância em explorar diversas listas de atividades envolvendo limites cujo foco é o tratamento algébrico nas aulas de Cálculo nos cursos de Engenharia e, se isto possibilita a compreensão conceitual de Limite por parte dos discentes. Pautando este estudo em uma discussão com mais de um professor de Cálculo, bem como nos planos de aula do(s) professor(es) e nos materiais didáticos utilizados (livros, apostilas).

Palavras-chave

Ensino Superior; Engenharia; Educação Matemática; Cálculo; Mediação.

Referências bibliográficas

ANTON, Howard. Cálculo: um novo horizonte. Trad. de Cyro de Carvalho Patarra e Márcia Tamanaha. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BREUNIG, Raquel Taís. Coordenação de registros de representação e o processo de mediação docente: conceito de limite em cursos de Engenharia. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003, pp. 11-33.

_____. Semiósia e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

VIGOTSKY, Lev Semenovitch. Pensamento e linguagem. Trad. de Jefferson Luiz Camargo. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.