SALÃO DO CONHECIMENTO UNIJUÍ 2022
BICENTENÁRIO DA INDEPENDÊNCIA
200 Anos de Ciência, Tecnologia e Inovação no Brasil
DE 24 A 28 DE OUTUBRO DE 2022 IJUÍ | SANTA ROSA | PANAMBI | TRÊS PASSOS
Evento: XXVII Jornada de Pesquisa

UMA DISCUSSÃO SOBRE O CARÁTER DAS PROPOSIÇÕES DA MATEMÁTICA A PARTIR DE UMA ABORDAGEM WITTGENSTEINIANA: IMPLICAÇÕES NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA[1]

A DISCUSSION ABOUT THE CHARACTER OF PROPOSITIONS IN MATHEMATICS FROM A WITTGENSTEIN APPROACH: IMPLICATIONS IN MATHEMATICAL EDUCATION

Marcelo Carvalho Antunes[2], Scheila Cristiane Angnes Willers Klein[3], Gracieli Simone Bech[4]

[1] Texto composto a partir de inquietações produzidas por duas disciplinas cursadas no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, juntamente com o processo de formação continuada realizado na Rede Municipal de Educação de Santa Rosa.

[2] Professor da Rede Municipal de Educação de Santa Rosa; Mestre em Educação e Ciências (UFRGS); estudante do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional (UNIJUI).
[3] Professora da Rede Municipal de Educação de Santa Rosa e da Faculdade Horizontina (FAHOR); Mestre em Modelagem Matemática e Computacional (UNIJUI).
[4] Estudante de Licenciatura em Pedagogia (UNINTER).

RESUMO

Ao final do século XIX, os precursores do movimento denominado Virada Linguística, entre eles o filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein, propõem que sejam excluídas quaisquer formas de mimetismo entre linguagem e realidade. Pelo contrário, são os mecanismos linguísticos os responsáveis pela construção da realidade. O presente artigo, que se situa no âmbito da Filosofia da Educação Matemática, tem por objetivo discutir o caráter das proposições matemáticas e, dessa forma, questionar se a matemática escolar possui correspondência ou alguma forma de dependência de eventos empíricos. Para isto, foram trilhados caminhos metodológicos a partir de uma abordagem qualitativa, que orientou uma revisão bibliográfica de algumas formulações filosóficas do autor central, L. Wittgenstein, especificamente acerca da fase madura de sua obra. Ainda, foram utilizados livros e artigos de alguns comentadores disponíveis nos periódicos do portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. A partir disto, foi criado o arcabouço teórico para as investigações sobre as funções desempenhadas por diferentes proposições na linguagem. Nesse sentido, justifica-se o movimento de aproximação com a filosofia analítica de L. Wittgenstein, cujas balizas teóricas sustentam que as proposições gramaticais servem de fundamento para as proposições empíricas. Em particular, no jogo sígnico da matemática, o filósofo sugere que as proposições matemáticas sejam lidas como princípios de juízo; regras a serem seguidas. Por isto, ao ser utilizada esta perspectiva, este estudo aponta algumas implicações pertencentes ao cotidiano da sala de aula, onde foram capturados movimentos que testemunham a condição normativa da matemática; ou seja, que as proposições pertencentes ao âmbito da matemática escolar não se referem a seus constituintes ou a entes mundanos. O uso gramatical que se faz das expressões matemáticas e, sua distinção com as proposições empíricas, torna-se fator determinante para que sejam evitados equívocos na linguagem.

Palavras-chave: Educação. Matemática. Wittgenstein. Proposições.

ABSTRACT
At the end of the 19th century, the precursors of the movement called Linguistic Turn, among them the Austrian philosopher Ludwig Wittgenstein, proposed that any form of mimicry between language and reality be excluded. On the contrary, linguistic mechanisms are responsible for the construction of reality. This article, which is situated within the scope of the Philosophy of Mathematics Education, aims to discuss the character of mathematical propositions and, in this way, to question whether school mathematics has correspondence or some form of dependence on empirical events. For this, methodological paths were followed from a qualitative approach, which guided a bibliographic review of some philosophical formulations of the central author, L. Wittgenstein, specifically about the mature phase of his work. Also, books and articles by some commentators available in the periodicals of the *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* were used. From this, the theoretical framework was created for investigations into the functions performed by different propositions in language. In this sense, the movement of approximation with the analytical philosophy of L. Wittgenstein is justified, whose theoretical beacons support that grammatical propositions serve as the foundation for empirical propositions. In particular, in the sign game of mathematics, the philosopher suggests that mathematical propositions be read as principles of judgment; rules to be followed. Therefore, when using this perspective, this study points out some implications pertaining to the daily life of the classroom, where movements that testify to the normative condition of mathematics were captured; that is, that the propositions belonging to the scope of school mathematics do not refer to their constituents or to mundane entities. The grammatical use that is made of mathematical expressions and their distinction from empirical propositions becomes a determining factor for avoiding mistakes in language.

Keywords: Education. Mathematics. Wittgenstein. Propositions.

INTRODUÇÃO

Os questionamentos que mobilizam este texto partem do desconforto de práticas docentes em relação à produção de significação, dentro da matemática escolar, preocupando-se com a utilização das sentenças e fazendo emergir a seguinte questão: “pertenceriam ao mesmo domínio as proposições que descrevem e as proposições que ordenam”? De outra maneira, estariam em um mesmo campo semântico, por exemplo, formas enunciativas como: “há mais homens do que mulheres nesta sala de aula” e “proibido estacionar”? No primeiro caso, podemos realizar uma verificação do valor da proposição apenas contando as pessoas – método empírico. No segundo, a sentença assume papel de orientar, conduzir um comportamento. Diferenciar a função desempenhada pelo conteúdo proposicional pode ser crucial para a apreensão de conceitos, dentro do jogo sígnico da matemática escolar.

Diversas são as correntes de pensamento que contribuíram com o modo de pensar as práticas da educação matemática. Em particular, os desdobramentos advindos do platonismo, com sua considerável inserção na cultura ocidental, acabaram vinculando, de maneira mais restrita, a matemática à metafísica, ao essencialismo e ao representacionismo, contribuindo para que fossem difundidas inúmeras correntes pedagógicas que pressupõe a existência de significados matemáticos universais e absolutos passíveis de serem descobertos por algum método (GOTTSCHALK, 2008). Assim, a justificativa deste tema de pesquisa repousa no combate aos inúmeros equívocos promovidos pela não compreensão e utilização de forma inadequada da linguagem, o que pode impossibilitar a mobilização de termos e conceitos na matemática escolar, ou mesmo, promover usos equivocados.

Ainda, considera-se imprescindível, oferecer uma outra visada, em alternativa à tradicional concepção referencial da linguagem matemática. Desta maneira, no intuito de fazer uso de lentes analíticas voltadas ao âmbito normativo da linguagem, recorreu-se às formulações filosóficas de Ludwig Wittgenstein, na fase madura de seu pensamento. Para o filósofo austríaco, são os aspectos normativos da linguagem que pautam substancialmente a produção de significação de nossas formulações linguísticas. As elaborações teóricas, partindo dos jogos de linguagem como atividades regradas, podem amparar as investigações a respeito da linguagem, colocando a produção de significação a gravitar em torno da noção de uso.

Neste sentido, a perspectiva adotada neste texto considera a linguagem constituidora da realidade, ao invés de sua representante, e que a organização das atividades linguísticas pode ser encarada por um viés normativo. Glock (1998) percebe a significação de um símbolo matemático, por exemplo, sendo dada pelo somatório das regras que ditam as possibilidades de uso. Nesses movimentos, a gramática dos jogos linguísticos atua como um conjunto de regras com função paradigmática. Não se trata de uma busca por um método que decida o caráter das enunciações linguísticas, mas de uma reflexão sobre sua utilização; que funções podem assumir e, sobretudo, em que âmbito atuam.

O objetivo geral deste trabalho é conduzir uma investigação sobre os processos de estruturação e funcionamento das proposições, fazendo a distinção – mas não oposição – entre aquelas que atuam gramaticalmente e as que possuem caráter descritivo. Além do mais, tenciona-se demonstrar que as primeiras possuem um estatuto apriorístico devido ao fato de que funcionam como princípios de juízo, promovendo sentido para as segundas.

Nesta pesquisa, foi utilizada a metodologia qualitativa, onde foram fundamentais os estudos em artigos científicos e livros, desde o autor central, L. Wittgenstein, até seus comentadores. Foi utilizado material bibliográfico pertencente à ementa de disciplinas cursadas no âmbito da pós-graduação, assim como, sugestões advindas de cursos de formação continuada. O texto apresenta uma divisão proposta em 6 seções: Introdução; Metodologia; Fundamentos do pensamento wittgensteiniano: diálogo sobre proposições; Uma abordagem normativa das proposições matemáticas: Implicações na Educação Matemática; Comentários finais e Referências Bibliográficas.

METODOLOGIA

Este artigo é um produto da inquietação dos autores, surgida a partir de suas práticas docentes e de seu processo de formação – continuada. Em específico, o impulso foi dado em duas ocasiões. Inicialmente, pelas reverberações causadas pelas discussões nas disciplinas "Com Wittgenstein e Foucault: Uma *Practice Approach* para a Educação" e "A ordem das Disciplinas", realizadas no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2018. Posteriormente, pelo ciclo de formações oferecida aos professores da Rede Municipal de Santa Rosa, na Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, no ano de 2022.

Nestas oportunidades, foram realizadas discussões contemporâneas (pós-metafísicas) no escopo internacional de conceitos como linguagem, poder, subjetividade; ciência, conhecimento e suas implicações na pesquisa educacional. Além disso, o projeto de formação continuada ofereceu ferramentas para (re)pensar as avaliações de larga escola propostas pelo Sistema de Avaliação da Escola Básica (SAEB).

Desta forma, trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, cuja temática teve seus contornos traçados a partir das produções científicas encontradas nos periódicos do portal da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o uso dos descritores "Wittgenstein and Matemática". A busca ocorreu na modalidade "busca por assunto" e o período foi delimitado entre 2002 e 2022; assim, foram encontrados 967 resultados. A busca sofreu um primeiro refinamento, incluindo apenas artigos em língua portuguesa e inglesa e, finalmente, selecionou apenas periódicos revisados por pares, obtendo 63 artigos.

Os trabalhos foram categorizados a partir da leitura de seus títulos, colocando-os em 2 grupos: filosofia e/ou aspectos gerais da linguagem e Educação Matemática. O passo seguinte consistiu na leitura de seus resumos, o que possibilitou inferir que algumas dessas pesquisas são razoavelmente semelhantes ou destoam da temática proposta, oferecendo outras abordagens, em geral, voltadas à filosofia da linguagem de uma maneira bastante ampla. Além do mais, 8 textos demonstraram objetivos muito distantes da proposta deste texto. Finalmente, foram selecionados 7 artigos. A indicação de outros 7 livros, propostos nas ementas das disciplinas cursadas foram, igualmente, acolhidas.

FUNDAMENTOS DO PENSAMENTO WITTGENSTEINIANO: DIÁLOGO SOBRE PROPOSIÇÕES

Sem a preocupação de oferecer uma metodologia, a filosofia analítica da linguagem de L. Wittgenstein, expressa, especificamente, a partir da obra *Investigações Filosóficas*, resistência às perspectivas representativistas, recusando qualquer visão essencialista e universal. Nessa obra, o filósofo procura estabelecer que os processos de significação das palavras ocorrem de acordo com os usos que lhes são atribuídos: “todo signo sozinho parece morto. O que lhe dá vida? – No uso, ele vive [...]” (WITTGENSTEIN, *IF*, §432). O filósofo oferece um arcabouço teórico onde enfatiza os chamados “jogos de linguagem” e a “ação de seguir regras”, termos centrais para que seja possível costurar um entendimento, sob um viés normativo, das formas propositivas na matemática escolar.

Os jogos de linguagem, para efeitos desta discussão, são percebidos como conjuntos de atividades linguísticas, de regras pactuadas entre participantes de uma mesma comunidade, que se preocupam com a maneira como são empregados os signos. Para o filósofo austríaco, são exemplos de jogos de linguagem: “Descrever um objeto conforme a aparência ou conforme medidas; [...] Expor uma hipótese e prová-la; [...]. Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas; [...] Resolver um exemplo de cálculo aplicado [...]” (WITTGENSTEIN, *IF*, §23). Por isso, é possível que se faça a inferência de que a significação de um termo depende da maneira como os jogos de linguagem são mobilizados, em conformidade a um sistema regrado. Complementa Glock (1998, p. 225):

> Uma proposição é um lance no jogo de linguagem; não teria significado se estivesse fora desse determinado jogo. O sentido dessa proposição é o papel que ela desempenha nessa atividade linguística em desenvolvimento, nesse jogo de linguagem[1].

Esta noção de jogos de linguagem é revestida por um aspecto gramatical que assume funções constitutivas e regulatórias; explica Glock (1998, p. 312), as regras “funcionam como

[1] Wittgenstein (*IF*, p. 35) refere-se a uma “multiplicidade dos jogos de linguagem”, apresentando-nos alguns deles, tais como: “Comandar e agir segundo os comandos [...] Descrever um objeto conforme aparência ou conforme medidas [...] Produzir um objeto segundo uma descrição (desenho) [...] Relatar um acontecimento [...] Conjeturar sobre o acontecimento [...]”.

padrão de correção linguístico", determinando o sentido das proposições nos jogos de linguagem, permitindo e proibindo aquilo que pode ser dito/realizado. As regras são pautadas pelas maneiras como são organizadas as formas humanas de agir, perfazendo um conjunto de atividades que se estabelecem e, posteriormente se cristalizam, compondo uma formação social/cultural, isto é, uma forma de vida.

Uma preocupação recorrente do filósofo austríaco situou-se em torno da diferenciação entre as proposições com funções normativas e descritivas (*RFM*, IV, § 52 - 53). Neste sentido, a matemática é, na concepção de L. Wittgenstein, completamente gramatical, o que implica necessariamente o abandono de abordagens muito comuns àquelas utilizadas pelas ciências naturais, organizadas em torno da observação e da experiência. Assim, defende Wittgenstein, proposições da matemática como "1 + 1 = 2" teriam caráter diferente de proposições como "João é mais alto do que Maria", nominando as primeiras de gramaticais e estas de empíricas (*DC*, §318, §§319, 401, §§§ 341, 343, 655).

Quando uma proposição assume a função de expressar a regra de uso de uma palavra ou expressão em um determinado contexto (SILVA, 2009), abstendo-se da possibilidade de, anteriormente, fazer-se alusão a uma forma estruturada e universalmente sistematizada, trata-se de uma proposição gramatical. Esta, possui função de normatizar a linguagem, como comenta Wittgenstein (*IF*, §50) ao dizer que não faria sentido dizer que o metro-padrão (de Paris) possui medida de 1 metro, já que é ele quem normatiza, serve de "gabarito" para a medida de 1 metro. Nenhuma norma sintática pode identificar uma proposição como sendo gramatical; sua manifestação se dá através da função desempenhada no contexto linguístico, isto é: "são expressões de regras gramaticais, proposições que contribuem para a explicitação e/ou para a constituição do sentido (ou seja, para a gramática) de uma expressão" (SILVA, 2009, p. 134).

Os enunciados normativos, defende Hattiangadi (2007), em geral, devem ser práticos, com função de regular ou informar um procedimento. Por exemplo, na sentença "todas as palavras proparoxítonas devem ser acentuadas", a normatividade fica estabelecida pela ação reguladora que apresenta, servindo como parâmetro, "régua" ou qualquer instrumento ao qual se possa recorrer para que, a efeito de comparação com uma regra, seja possível confirmar uma suspeita. Que razões responderiam pela decisão de chamar as palavras como "filósofo" e "matemático" de proparoxítonas, senão a regra pertencente à gramática da língua portuguesa que versa sobre a tonicidade das sílabas?

Além de regular, a função normativa pode informar como deve ser seguida uma regra. As placas de trânsito em uma rodovia, com os dizeres "ultrapasse somente pela esquerda", por exemplo, cumprem função de orientar, assim como poderiam informar ou direcionar comportamentos por um conjunto de regras. Da mesma forma, em uma sessão de cinema, os avisos pedem que todos desliguem seus aparelhos celulares; em um hospital, os cartazes pedem silêncio; ou, em uma sala de aula, um professor lembra seus alunos que não é permitido conversar durante uma avaliação – estas são situações pautadas por normatividade. O conjunto de regras estabelecido por estas situações possui caráter orientador (prescritivo), pois explica a alguém como se deve proceder em determinada situação.

As proposições empíricas, de maneira diferente, agem de modo descritivo, apoiando-se nas observações do mundo físico, o que, em larga medida, é muito bem utilizado pelas ciências da natureza. Proposições como "a massa específica da água é maior do que a do ar" ou então "$H_2 + 1/2O_2 \rightarrow H_2O$" descrevem duas situações que podem ser verificadas; são empíricas.

Outra característica assumida na forma empírica é que, nestas proposições, objeto e experimento (evento) são completamente independentes: ao falar de um resultado, não é possível antever que ele, de fato, acontecerá. "Descrever um experimento não é ainda um experimento, justamente porque, neste caso, o objeto do experimento e o experimento independem [...]" (JOURDAN, 2009).

É substancialmente necessário chamar a atenção para a diferença entre estes dois tipos de proposições, com o intuito de minimizar as confusões tão presentes nas práticas educacionais. Em geral, muitos equívocos têm se mostrado pelo entendimento de que as proposições da matemática poderiam ser interpretadas como uma "tradução" de um mundo real, independente da linguagem, desconhecendo seu comportamento factual e a causalidade das proposições empíricas.

UMA ABORDAGEM NORMATIVA DAS PROPOSIÇÕES MATEMÁTICAS: IMPLICAÇÕES NA SALA DE AULA

A abordagem wittgensteiniana das formas proposicionais da matemática é normativa; suas sentenças pertencem a um jogo – sígnico – intralinguístico. Não há, de forma alguma, referências a um mundo exterior. As proposições matemáticas servem de princípios de juízo; métricas. Consequentemente, algumas implicações são produzidas a partir da utilização destas lentes analíticas que, sobretudo, rejeitam as hipóteses de que as sentenças, teoremas, fórmulas, enfim, quaisquer proposições matemáticas possam ser dependentes de observações de eventos de uma realidade externa.

Na tentativa de elucidar esta questão, aproximando-a da prática pedagógica de matemática, convém a apresentação de um exemplo que mostra um erro amiúde cometido pelos estudantes em sala de aula. Ao ser-lhe solicitado que resolvesse um exercício em que se pedia a fatoração do número 30, um aluno apresentou a solução mostrada na Figura 1.

Figura 1- Exemplo de exercício de fatoração

30	3
10	5
2	2
1	

Fonte: própria dos autores

O que se poderia afirmar sobre esta resolução? O aluno compreendeu a fatoração? Primeiramente, faz-se necessário observar o que diz o Teorema Fundamental da Aritmética para números naturais: “Todo número natural não-nulo e diferente de 1 possui uma fatoração em fatores primos. Além disso, tal fatoração é única se exigirmos que ela seja escrita com os primos listados em ordem não-decrescente”.

Agora, para responder à pergunta acima, deve-se informar aquilo que se entende por *compreender*. Em termos wittgensteinianos, compreender não é um processo mental, mas possuir a capacidade de dominar uma técnica (WITTGENSTEIN, *IF*, §150) de seguir uma regra.

Por isto, ao analisar-se a resolução do aluno, percebe-se que a regra não foi completamente compreendida por ele, dado que não foram observados os aspectos informados sobre a utilização de “números primos” e “uma ordem não decrescente”. É este o padrão de correção que autoriza alguém a afirmar, sob esta perspectiva, que a fatoração não foi compreendida pelo aluno. O “erro” possui caráter normativo – e não conceitual, pois ele realiza a fatoração obtendo uma decomposição para o número 30 – por não seguir o teorema.

O enfoque normativo atribuído à linguagem, pela filosofia wittgensteiniana, promove as regras, algoritmos, propriedades, teoremas e, proposições de um modo geral, a produtores de significação. Até mesmo quando utilizados os mesmos termos ou símbolos, é importante entender que é o conjunto de regras de determinado jogo linguístico que poderá mostrar suas diferentes funções. Não se tratam de usos de mesmos signos ou, então, tradução para outros contextos: "as regras matemáticas existentes e constituintes de uma prática matemática qualquer não são plausíveis de transposição para outras, mesmo aquelas que consideramos pautadas por jogos linguísticos semelhantes" (BELLO, 2010, p. 559).

O termo "quadrado", utilizado em jogos de linguagem como a potenciação e a geometria plana, apresentam significações diferentes. Seus usos são condicionados a partir de uma norma estabelecida pela gramática de tais jogos linguísticos; assim, o termo "quadrado", representado por "2" em 3^2, indica – por definição – que o número 3 deve ser multiplicado por ele mesmo. Na geometria, "quadrado" faz referência a uma figura poligonal convexa de 4 lados congruentes e 4 ângulos retos, orientando maneiras diferentes de usar este termo nesses jogos linguísticos, aproximados apenas por alguma semelhança de família[2].

Para Wittgenstein, proposições como "a representação decimal de 1/3 é 0,333...", "cada ângulo interno de um hexágono regular possui 120º" e "2 e 5 são raízes da equação algébrica $x^2 - 7x = -10$" não são representações imitativas de objetos abstratos exteriores à linguagem. Pelo contrário, as proposições matemáticas agiriam de forma a normatizar o uso, sendo elas mesmas destituídas de sentido. Por isso, a dízima 1/3 não representa, nesta perspectiva, um objeto ou ente matemático essencial que abarque de forma universal todas as significações possíveis para 1/3; L. Wittgenstein entende isto como um jogo linguístico, onde seu uso é responsável pela significação. Assim, o filósofo escreve sobre a diferença de significação em proposições diferentes, mesmo em relação a uma mesma palavra, provocada pela modificação do conjunto de regras que determina seu uso.

Isto posto, percebe-se que a utilização de um termo como, por exemplo, "idêntico/igual" pode trazer a ideia de que se deseja comunicar algo no sentido de ser tão semelhante quanto possível a outra coisa, como em "o filho é igual ao pai". Porém, ao mesmo tempo, não se tem

[2] Está-se diante de um caso de semelhanças de família quando aquilo que une os elementos que colocamos sob uma determinada classe não é necessariamente algum atributo comum a todos os elementos da classe. O que os une —a ponto de que nos autorizamos a colocá-los sob um mesmo guarda-chuva, isso é, dentro de uma mesma classe— é uma rede complexa de semelhanças que se entrecruzam ao acaso, sem obedecer a um padrão uniforme. Se observamos algum padrão uniforme na classe é porque, no processo de incluir e classificar os elementos, fomos selecionando atributos que nos interessavam selecionar e, assim, fomos construindo um padrão, só verificável *a posteriori*. Mesmo assim, veremos que os atributos mudam, se os comparamos de dois em dois elementos incluídos (VEIGA-NETO; LOPES, 2007, p. 11).

consciência de que se está usando a palavra, no caso, com uma significação diferente daquela que há em 2 + 2 = 4 (WITTGENSTEIN, *OF*, I, 9).

O importante, nestes casos, seria perceber que um mesmo termo pode ser utilizado tanto de forma normativa quanto de forma descritiva. De modo semelhante, ocorrem as seguintes proposições: "o *cálculo* de $10 \times 10 = 100$" e "realizei o *cálculo* 10×10 e obtive 100". Agora, a utilização da mesma palavra, "cálculo", apresenta diferentes funções: no primeiro caso, faz parte de uma formulação linguística que une o procedimento a seu resultado e, assim, atua de maneira a regular a atividade linguística; no segundo caso, há uma tácita referência ao produto de algo que ainda não existe, remetendo à ideia de experimento.

Nas proposições matemáticas, a veracidade é estabelecida pela sua prova: a realização de um procedimento matemático está intimamente ligada a seu resultado, razão pela qual experimentos são diferentes de provas (WITTGENSTEIN, *RFM*, 1967). Por esta razão, a sentença "1 + 1= 2" não pode ser explicada pela chamada "união" ou "junção" de, por exemplo, uma laranja com outra laranja ou uma caneta com outra caneta, mas por causa de propriedades[3] intrínsecas a essa forma de linguagem. Em particular, "1 + 1= 2" é independente da existência de laranjas, canetas ou outros objetos. No cálculo matemático, a prova já está dada no interior da linguagem. Resultado e procedimento são indissociáveis quando a determinação é uma norma, isto é, não podemos ter o procedimento com outro resultado, pois, se temos outro resultado, simplesmente temos que dizer que não executamos o procedimento (JOURDAN, 2009).

A proposta de Peano, contida na obra *Formulaire de Mathématiques*, assim como em *Os Elementos*, de Euclides são exemplos de sistemas axiomáticos com papel normativo, dado que servem de parâmetro para a organização de um jogo linguístico. É função dos axiomas propor um campo sintático capaz de orientar o uso de conteúdos extralinguísticos.

O axioma de Peano, por exemplo, ao enunciar que "$\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow s(n) \neq 0$," ou seja, "zero não é sucessor de ninguém", não procura descrever as propriedades numéricas, mas propor regras que possibilitem falar a respeito de uma determinada realidade. O mesmo ocorre com os axiomas euclidianos como "todos os ângulos retos são iguais", pois, se for solicitado a um

---

[3] Designando o símbolo "1" como unidade e "+" como a operação de adição, pode-se, com os axiomas de Peano e o conceito de sucessor, provar a afirmação "1 + 1 = 2". De modo não formal e rigoroso: se 1 é o primeiro número, 1 + 1 é o segundo, 1 + 1 + 1 é o terceiro, e assim sucessivamente. Pode-se notar que, dado um número "n", ao ser acrescentada uma unidade a "n", chega-se a um número subsequente, chamado de sucessor de "n", ou seja, "n + 1". O conjunto dos números naturais é, portanto, o constituído pelos números 1, 1+1, 1+1+1, 1 + 1 + 1 + 1, ... Agora, basta denominar de "2" o que se representou por "1+1".

estudante que determine a soma dos ângulos internos de um quadrado, o que se espera é que se utilize a (regra) definição de que "todos os lados do quadrado possuem 4 ângulos retos" para que o resultado obtido seja de 360º. Caso a regra do axioma não seja seguida e, por exemplo, realizem-se medidas através de um transferidor para a determinação da soma dos ângulos do quadrado, a resposta obtida (mesmo que sendo 360º) perderia seu caráter normativo. Assim, Wittgenstein escreve: "os axiomas da geometria euclidiana – por exemplo – são as regras disfarçadas de uma sintaxe" (*OF*, XVI, 178); que permitem analisar o que possui sentido dentro de um jogo linguístico.

A perspectiva wittgensteiniana interpreta como uma inversão de sentido a ideia que promove uma matemática originária da observação, amiúde recorrente na interpretação docente. A partir desta perspectiva, proposições e regras como a divisão euclidiana, que estabelece um modelo de cálculo que permite dizer, por exemplo, que o resto na divisão de 7 por 2 é 1, organizam/determinam a maneira como podem ser utilizados os termos em um jogo de linguagem. Essa proposição não é negada nem confirmada, é apenas uma regra de como proceder (um princípio de juízo)

De outra forma, o que se pretende com tal afirmação é reforçar que, por exemplo, se 7 bombons são divididos entre 2 estudantes, cada um deles receberá 3 bombons e restará 1 ao final. Caso o professor possua preferência por algum de seus estudantes e torne a divisão desigual, em nada será afetada a regra matemática que age como norma na divisão de números inteiros. Lembra Wittgenstein (*OF*, X, 111), que "o cálculo é apenas uma consideração de formas lógicas, de estruturas e, em si, não pode oferecer nada de novo", ou seja, neste jogo linguístico (axiomático) de abordagem normativa, as proposições matemáticas não se referem a qualquer objeto exterior à linguagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo-se do pressuposto de trazer alguns indicativos que possam servir de ferramentas para (re)pensar as práticas docentes dentro da Educação Matemática, este trabalho propôs uma abordagem normativa das proposições que tratam da matemática. Para isto, serviu-se de algumas das considerações filosóficas propostas por L. Wittgenstein, a partir do papel constituidor da linguagem.

Assim, no intuito de elucidar as considerações finais deste estudo, propõe-se a realização de um rápido sobrevoo, no qual resgatamos a questão central: seriam as proposições matemáticas dependentes de eventos exteriores à linguagem? Possuiriam, tais enunciações, um caráter empírico, à espera de uma confirmação do mundo sensível?

O estudo pretendeu trazer à superfície algumas possibilidades de mobilização das proposições na linguagem. Os olhares estiveram voltados para o caráter normativo que a linguagem assume na matemática, mediante o uso de proposições, estabelecendo e destacando as diferenças com as proposições empíricas, de função descritiva.

Além disso, a pesquisa mostrou que as implicações de uma abordagem normativa das proposições matemáticas trazem consideráveis implicações nas chamadas práticas escolares de mobilização de cultura matemática – como preferem Miguel e Vilela (2008), em substituição aos termos "ensino" e "aprendizagem". O texto comenta algumas situações em que as proposições matemáticas são equivocadamente interpretadas, desconhecendo o aspecto regulatório dos jogos de linguagem. Foi sublinhada, da mesma forma, na última seção, a disjunção entre a linguagem matemática e a realidade empírica, enfatizando que não seriam necessários objetos ou observações do mundo real para garantir a veracidade das proposições da matemática.

No entanto, a Educação Matemática, vista a partir da roupagem de jogos de linguagem regrados, não pode ser percebida apenas por seus aspectos normativos; não são as regras que determinam o que se deve fazer neste ou naquele ponto. A regra deve compor as razões pelas quais as atividades são realizadas, e não ser a causa de sua realização: as regras devem ser inerentes às práticas, e não transcendentes (BAKER; HACKER, 2005). Assim, os usos no interior dos jogos de linguagem e a sistemática de regras que os constituem e os orientam, por assim dizer, não seriam perenes, imutáveis e atemporais; tampouco seriam desmembramentos de processos naturalísticos. Não haveria, na natureza humana, um embrião de todas as formas de uso.

Em resumo, as funções exercidas pelas proposições determinarão se elas são gramaticais ou empíricas e, desta forma, implicarão artifícios que determinarão sua veracidade. Estas distinções podem servir para que, dentro da linguagem matemática, ao surgirem dúvidas sobre a significação de um termo, a recondução ao caminho adequado seja realizada. Uma proposição (matemática), necessariamente, deve ser vista como um conjunto de regras, uma métrica a ser seguida, o que as revestem de um *status* diferente das poposições, por exemplo, das ciências empíricas.

Com o entendimento de que não será possível esgotar o tema abordado, procurar-se-á manter, nas próximas discussões, a consciência de que as escolhas metodológicas e teóricas realizadas produzem reflexões que só elas poderiam produzir; que outras escolhas, em outros momentos (mesmo que pelos mesmos autores), elaborariam outros questionamentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKER, G. P.; HACKER, P. M. S. **Wittgenstein: rules, grammar and necessity** (par II of an analitical comentary on the philosophical investigations). 2. ed. Oxford: Blackwell publishing, 2005 c.

BELLO, S. E. L. Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (matemática) contemporânea. In: **Zetetiké**, v. 18, p. 545-588, Campinas (SP), 2010.

COSTA, F. C. **Wittgenstein e a gramática do significado**. Dissertação (Mestrado em Filosofia da Linguagem) – Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 1982.

JOURDAN, Camila. Provas matemáticas em Wittgenstein. **Revista Filos**, Aurora, Curitiba, v. 21, n.29, p.297-312, jul./dez. 2009.

GOTTSCHALK, C. M. C. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. In: **Cad. Cedes**, v. 28, n. 74, p. 75-96, Campinas (SP), jan./abr., 2008.

GLOCK, H. J. **Dicionário de Wittgenstein.** Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

HATTIANGADI, A. **Oughts and Toughts**: Rule-Following and the Normativity of Content. Oxford University Press: New York, 2007.

MIGUEL, A.; VILELA, D. Práticas escolares de mobilização de cultura matemática. In: **Caderno Cedes**, v. 28, n. 74, p. 97-120, Campinas (SP), jan./abr., 2008.

SILVA, G. R. Proposições necessárias, proposições gramaticais. **Revista Primeiros Escritos**, v. 1, n. 1, p. 131-140, São Paulo/SP, 2009.

WITTGENSTEIN, L. **Da Certeza**. Trad. COSTA, M. E. Edição bilíngue. Lisboa: Edições 70, 1998.

______. **Investigações filosóficas.** Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Coleção Os pensadores).

______. **Observações Filosóficas**. Trad. Adail Sobral e Maria Stela Gonçalves. São Paulo: Edições Loyola, 2005.

______. **Remarks on Foundations of Mathematics** [**RFM**], Edited by G. H. Von Wright, R. Rhees and G. E. M. Anscombe. Translated by G. E. M. Anscombe. Oxford: Blackwell, 1967.

______. **Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics [LFM]**, Cambridge 1939. From the notes of R.G. Bosanquet, N. Malcolm, R. Rhees and Y. Smythies, C. Diamond (Ed.). Hassocks: Harvester Press, 1976.