



Evento: XXVII Jornada de Pesquisa

**MODELAGEM MATEMÁTICA E ESCALA DE NORMALIZAÇÃO: PRECISÃO DA CURVA DE CARGA DAS FAIXAS DE CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA RESIDENCIAL<sup>1</sup>**

**MATHEMATICAL MODELING AND NORMALIZATION SCALE: PRECISION OF THE LOAD CURVE OF RESIDENTIAL ELECTRIC POWER CONSUMPTION BANDS**

**Emília Damásia de Sousa Xavier<sup>2</sup>, Leonardo Minelle<sup>3</sup>, Eduardo de Paula Alencar<sup>3</sup>,  
Maurício de Campos<sup>5</sup>, Airam Sausen<sup>6</sup>**

<sup>1</sup> Trabalho da disciplina de Modelagem Matemática.

<sup>2</sup> Estudante do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. Bolsista Unijuí.

<sup>3</sup> Estudante do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

<sup>4</sup> Estudante do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

<sup>5</sup> Professor e orientador da pesquisa.

<sup>6</sup> Professora orientadora da pesquisa.

**RESUMO**

Este artigo tem como escopo principal apontar uma percepção detalhada do consumo de energia elétrica no contexto residencial, apresentando novos meios de calcular, de modo preciso, as faixas de consumo através de um modelo matemático que utiliza a escala de normalização reduzida de 0 a 1. Tal meta se materializa por meio de um estudo comparativo, tendo como base o trabalho de Rahde e Kaehler (2000) que objetivou propor alternativas de implantação de um projeto de Gerenciamento pelo Lado da Demanda através de um programa de Administração de Carga Residencial. Os resultados dessa análise revelaram a forma de fazer modelagem, usando um modelo matemático para mostrar que a normalização, sob a forma de escala reduzida de 0 a 1, quando inserida em uma ferramenta computacional como Matlab®, pode fornecer dados mais precisos em relação ao consumo de energia.

**Palavras-chave:** Modelagem. Energia Elétrica. Normalização. Modelo Matemático. Escala de 0 a 1.

**ABSTRACT**

This paper has the main scope of pointing out a detailed perception of electricity consumption in the residential context, presenting new means of accurately calculating consumption ranges through a mathematical model that uses the normalization scale reduced from 0 to 1. This goal is materialized through a comparative study, based on the work of Rahde and Kaehler (2000) which aimed to propose alternatives for the implementation of a Demand Side Management project through a Residential Load Management program. The results of this analysis revealed the way of modeling, using a mathematical model to show that normalization, in the form of a



scale reduced from 0 to 1, when inserted in a computational tool such as Matlab®, can provide more accurate data in relation to energy consumption.

**Keywords:** Modeling. Electrical Energy. Normalization. Mathematical Model. Scale from 0 to 1.

## INTRODUÇÃO

A transição do atual sistema energético baseado em combustíveis fósseis requer o desenvolvimento de novos algoritmos de controle que permitam gerenciar aspectos relacionados tanto à intermitência e à distribuição de geração quanto aos novos perfis de consumo. As redes de distribuição de eletricidade de hoje, às vezes, operam perto de sua capacidade máxima e devem se adaptar a mudanças frequentes para enfrentar os desafios ambientais e melhorar sua confiança e sustentabilidade.

A falta de gerenciabilidade dificulta a competitividade econômica do consumo no mercado de energia. Os sistemas de medição de energia aparecem como uma solução tecnológica para a controlabilidade em prol da administração de carga residencial, permitindo a realização da modelagem das faixas de consumo.

Diante disso, este artigo está baseado nos constructos de Piva e Niculescu (1984), que postulam sobre o aproveitamento das inovações tecnológicas eficientes e a mudança de hábitos de consumo, e Olivares et al. (2014), que estudam os conjuntos de cargas, geradores e armazenamento que podem ser gerenciados isoladamente ou conectados ao resto da rede elétrica de forma coordenada para fornecer eletricidade de forma confiável. O aliar desses dois eixos conceituais voltados para a adequada administração de carga residencial resultou nessa pesquisa que pode fornecer dados mais precisos em relação ao consumo de energia.

Portanto, o presente artigo tem como objetivo apontar uma percepção detalhada do consumo de energia elétrica no contexto residencial, apresentando novos meios de calcular, de modo preciso, as faixas de consumo através de um modelo matemático que utiliza a escala de normalização reduzida de 0 a 1. Esse compromisso se efetivou por meio de uma aproximação entre a pesquisa de Rahde e Kaehler (2000), usando um modelo matemático pautado na normalização e na escala reduzida de 0 a 1, inserida na ferramenta computacional Matlab®, e fornecendo dados precisos em relação ao consumo de energia.



## **METODOLOGIA: APRESENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NORMALIZADA**

Com a meta de fornecer informações que expliquem de modo claro o modelo matemático utilizado na normalização inserida como elemento contrastivo da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000), foram empregadas teorias de Feller (1968) que versam sobre a constante de normalização, considerado um conceito que emana em teoria das probabilidades e em demais setores da matemática. Assim, a constante de normalização foi usada para diminuir qualquer função de probabilidade a uma função densidade de probabilidade, com probabilidade total igual a 1.

Sobre normalização, Dodge (2003) cita que a mesma pode ter uma gama de significados. Nos casos mais simples, a normalização das classificações significa ajustar valores medidos em diferentes escalas a uma escala comum, muitas vezes, antes da média. Em casos mais complicados, a normalização pode se referir a ajustes mais sofisticados, onde a intenção é colocar toda a probabilidade de distribuição de valores ajustados em alinhamento como foi feito neste estudo.

Para a materialização desta normalização, foi utilizado o Matlab® que é uma ferramenta computacional, desenvolvida para realização de cálculo numérico. O software possui uma interface em linha de comando para a resolução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, sendo utilizado em diversas áreas do conhecimento. Cabe citar, por fim, que os pontos do gráfico original foram obtidos com o uso do aplicativo WebPlotDigitizer.

## **MODELAGEM MATEMÁTICA NORMALIZADA**

Muitos fenômenos ou sistemas na natureza ou indústria precisam ser estudados, para determinar suas causas, sua evolução ou ser controlado. Portanto há a necessidade de representar esses eventos através de uma equação ou um conjunto delas. Assim, surge a modelagem matemática, permitindo representar e prever a realidade de forma rápida e a baixo custo através de algoritmos lógicos, leis físicas e químicas (BERNARDO, 2020).

Segundo Bassanezi (2004):

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte



de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2004).

Trabalhar com o modelo matemático normalizado e não com o sistema real permite estudar com segurança, rapidez e economia as propriedades do sistema em qualquer situação imaginável como ele enuncia. Também é necessário poder implementar estratégias de controle para o sistema analisado (BERNARDO, 2020).

Um dos casos mais representativos deste método foi implementado pelos governos dos Estados Unidos e da União Soviética nos anos 40 e 50 do século XX para a criação de escudos de defesa aérea contra mísseis nucleares, onde a modelagem matemática atingiu todos os interesses esperados (RAES et. al, 2009).

Assim, a modelagem matemática dos processos de percepção detalhada do consumo de energia elétrica envolvidos em contextos residenciais representa uma poderosa ferramenta com a qual é possível compreender as demandas do sistema, projetar esquemas para as curvas de carga do segmento residencial por faixa de consumo e levar um maior conhecimento das necessidades dos usuários.

## **NORMALIZAÇÃO ESTATÍSTICA**

A normalização estatística é a transformação da escala da distribuição de uma variável com o objetivo de poder fazer comparações com relação a conjuntos de elementos e à média, eliminando os efeitos das influências. Em outras palavras, a normalização são proporções sem unidades de medição (invariantes ou dimensionados) que permite comparar elementos de diferentes variáveis e diferentes unidades de medição (MAROCO, 2018).

Na estatística, as tabelas de distribuição de probabilidades tipificadas são utilizadas para encontrar a probabilidade de uma observação assumir dada a função de distribuição que a variável segue. É importante não limitar o termo de normalização apenas a conjuntos de elementos onde a distribuição normal é uma boa aproximação a sua frequência (MACIEL, 2018).

Outro uso, na estatística, para normalização refere-se à criação de versões estatísticas alteradas e dimensionadas, onde a intenção é que os valores normalizados permitam a comparação de valores normalizados com conjuntos de dados de forma a eliminar os efeitos das influências, como em séries temporais anormais (MACIEL, 2018).





Portanto, na normalização estatística, utiliza-se uma fórmula ou algoritmo para transformar variáveis medidas em diferentes escalas, em uma escala comum para que possam ser comparáveis ou analisadas em um modelo estatístico escolhido. Um exemplo típico é calcular o logaritmo das variáveis para fazer uma distribuição tendenciosa normal, por exemplo, exibida em um gráfico como uma curva normal.

### MODELAGEM MATEMÁTICA DA CURVA DE ENERGIA RESIDENCIAL

Inserido em um âmbito otimizado para a representação da demanda de energia elétrica para contextos residenciais, a modelagem matemática da curva de energia residencial é bastante utilizada para conceber a carga por curvas de carga típica, estratificando informações das grandezas elétricas como potência ativa e reativa por meio de empreitadas de medições por amostra.

Segundo Francisquini (2006), existem metodologias usadas como ferramentas estatísticas para o tratamento das informações relativas aos consumidores.

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n}$$

Percebe-se, na equação acima, que  $x_m$  é a *média aritmética*,  $x$  são os valores da variável e  $n$  é o número de valores. A média é um valor típico ou representativo de um conjunto de dados. Como esses valores típicos tendem a se localizar em um ponto central, dentro de um conjunto de dados ordenados segundo suas grandezas, a média é denominada medida de tendência central (SPIEGEL, 1976).

A segunda, denominada *desvio padrão*, o grau ao qual os dados numéricos tendem a dispersar-se em torno de um valor médio denomina-se dispersão de dados. Dispõe-se de várias medidas de dispersão, sendo das mais usadas, o desvio padrão (S). O desvio padrão de um conjunto de números é representado pela equação:

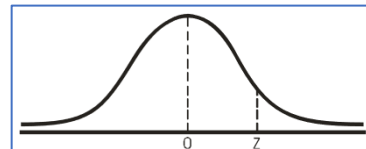
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - x_m)^2}{n}}$$

Como pode ser percebido, S é o desvio padrão desvio de cada um dos valores em relação à média,  $n$  é o número de valores,  $x_m$  é a média aritmética e  $X$  são os valores da variável (SPIEGEL, 1976).



Francisquini (2006) cita, ainda, que a *distribuição normal* é um dos mais importantes exemplos de uma distribuição contínua de probabilidade, definida pela curva mostrada na Figura 1.

Figura 1. Distribuição normal



Fonte: (FRANCISQUINI, 2006).

Importante destacar que a área total da curva da Figura 3 é igual a 1. Desta maneira, a área sob a curva compreendida entre duas coordenadas ( $z$  e  $0$ ) representa a probabilidade de um número estar situado entre eles (SPIEGEL, 1976).

Por fim, lista-se a *distribuição de "Student" t*, para pequenas amostras ( $N < 30$ ), pois o uso da distribuição normal pode gerar resultados não adequados, sendo muito ruins com o decréscimo de  $N$ . Diante disso, foram inseridas mudanças adequadas e obteve-se a distribuição de "Student"  $t$ , a partir dos estudos de Gosset, no início do século XX. Seu uso é similar à distribuição normal, possibilitando resultados precisos para amostras reduzidas. Acrescenta-se que para amostras com números de elemento perto de trinta os resultados são muito próximos aos resultados da distribuição normal.

Portanto, a metodologia funda-se na percepção de que curvas típicas de carga podem indicar hábitos de consumo de alguns tipos de consumidores rotulados por faixa de consumo ou por searas de atividade. A fim de exemplificação, os tipos de consumidores residenciais denominados com consumo mensal de 0 a 100 kWh, devem possuir padrões e hábitos de consumo específicos que possibilitem a sua representação por alguma ou, mesmo uma única, curva de carga típica.

## EFICIÊNCIA ENERGÉTICA E O HÁBITO DE CONSUMO DE ENERGIA

A necessidade de recursos energéticos no mundo aumentou devido ao crescimento populacional, ao desenvolvimento da indústria e ao transporte. Nos últimos 51 anos, o consumo de energia dobrou globalmente, enquanto a população cresceu de 3,7 bilhões em 1971 para 7,8



bilhões atualmente (CENSUS BUREAU, 2021) e estima-se que aumente para 9,7 bilhões em 2050, de acordo com a ONU (2022).

A eficiência energética é um mecanismo de redução do consumo de energia que relaciona bens e serviços que esse consumo é capaz de produzir. Essa eficiência deve ser reduzida sem afetar o desempenho de uma atividade, produção ou prestação de qualquer serviço, é, portanto, transformada em outra fonte de energia, mas igualmente capaz de gerar energia através da qual não é mais necessária devido ao fato de que seu consumo foi reduzido.

Essa energia que não é mais necessária permanece disponível para ser reutilizada ou pode ser salva, o que, em termos econômicos, se traduz em um excedente de dinheiro no momento de parar de pagar pelo consumo de energia.

Broadman (2004) entende a eficiência energética como resultado da aquisição de tecnologia que permite reduzir a quantidade de energia e continuar realizando as mesmas atividades, ou com a mesma quantidade de energia para fazer mais atividades ou trabalho (BOARDMAN, 2004).

Assim, a eficiência energética também pode ser acompanhada pela conservação de energia, como a aquisição de um carro que economiza combustível e, também, apenas para determinadas atividades, e não todos os dias. No entanto, conservar o nível de energia melhorando a eficiência energética requer uma análise cuidadosa para prever seu sucesso, apresentando novos meios de calcular, de modo preciso, as faixas de consumo através de um modelo matemático que utiliza a escala de normalização reduzida de 0 a 1.

### **COMPARAÇÃO DE GRÁFICO COM VETOR ORIGINAL NÃO NORMALIZADO COM O GRÁFICO DO NOVO VETOR NORMALIZADO**

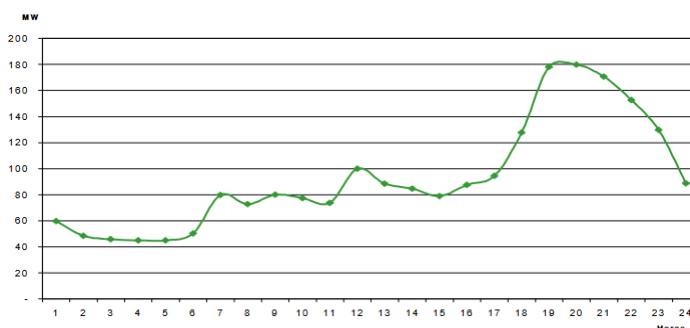
Antes de se iniciar a comparação do estudo de Rahde e Kaehler (2000), denominado *Modelagem da curva de carga das faixas de consumo de energia elétrica residencial a partir da aplicação de um programa de gerenciamento de energia pelo lado da demanda*, que objetivou apresentar uma visão estratificada do uso da energia elétrica no segmento residencial da nova área de concessão da CEEE e propor alternativas de implantação de um projeto de Gerenciamento pelo Lado da Demanda (GLD) voltados para aquele segmento, através de um programa de Administração de Carga Residencial.



O estudo dos referidos autores avaliou várias propostas de gerência de energia residencial, montando cenários que simulam as condições da curva de carga do segmento residencial e sua influência na carga geral dos sistemas. Rahde e Kaehler (2000) preocuparam-se em reunir as características do consumidor residencial, tendo como referência consumo de 151 a 300 kWh/mês. Para tanto, realizaram a análise da curva de carga, conforme figura 1, que indicou uma utilização da energia mais intensa em todos os períodos do dia, com pontas bem definidas às 7h e às 9h e no horário do meio-dia. Os pesquisadores informaram, ainda, que, após o horário de almoço, o consumo experimenta um declínio para, a partir das 15h, iniciar um aumento constante até o início do horário de ponta do sistema elétrico, confirmando a presença de pessoas nas habitações durante todo o dia (RAHDE; KAEHLER, 2000).

A figura seguir traz a compilação dos dados levantados por Rahde e Kaehler (2000):

**Figura 2.** Tipologia do consumo residencial – 151 a 300 kWh/mês



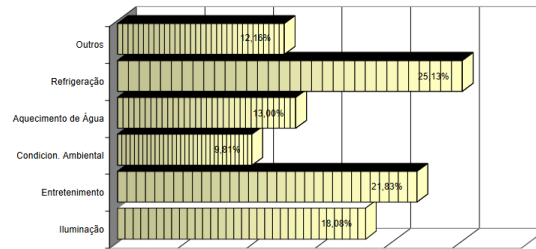
**Fonte:** (RAHDE; KAEHLER, 2000).

Os autores ainda deixaram espaço para a caracterização dos serviços de eletricidade utilizados, efetivada a partir da Pesquisa de Posse e Hábitos de Consumo. Esse ponto da pesquisa revelou, ainda, que em cada serviço de eletricidade e de equipamentos eletrodomésticos de utilização intensiva, determina-se uma avaliação criteriosa a respeito dos mesmos a fim de permitir e, em um segundo momento, define o estabelecimento das ações de gerenciamento de carga.

Assim, a figura 3, construída por Rahde e Kaehler (2000), permite visualizar a participação dos serviços de eletricidade no segmento considerado.

**Figura 3.** Serviços de eletricidade



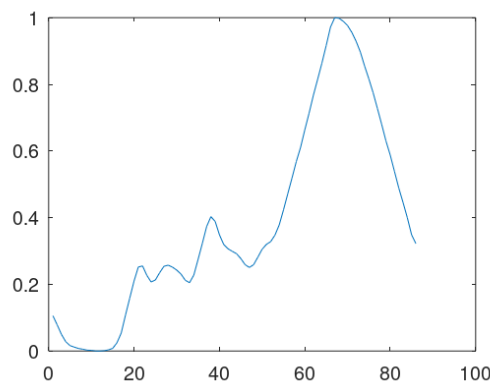


Fonte: (RAHDE; KAEHLER, 2000).

Portanto, a pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) pretendeu demonstrar o potencial de um programa de Gerenciamento pelo Lado da Demanda atuando sobre o segmento consumidor residencial, indicando que as alternativas apresentadas indicam a possibilidade efetiva de uma remodelagem da curva de carga do segmento e que irá refletir de maneira substancial na curva geral do Sistema Elétrico da concessionária.

Dada a importância do presente estudo, quanto mais precisos forem os dados coletados mais relevante serão os resultados para a redução do consumo em contexto residencial. Assim, como já informado aqui neste estudo, a modelagem é realizada através de um modelo matemático para mostrar que a normalização, sob a forma de escala reduzida de 0 a 1. Para tanto, os dados da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) foram inseridos na ferramenta computacional Matlab®.

**Figura 4.** Tipologia do consumo residencial de Rahde e Kaehler (2000) com os dados normalizados entre 0 e 1.



Fonte: Elaborado a partir dos dados da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) no Matlab® e finalizado WebPlotDigitizer®.

Como pode ser percebido, a equação que apresenta o gráfico da figura 4 e o modelo matemático dado por:

$$v(i) = \frac{C_i - x_{\max}}{D} \quad (1)$$



nota-se o V e o novo vetor, C vetor normalizado, X valores da variável e D a diferença entre os valores de máximo e mínimo da variável X.

Quadro 1: Valores originais e dados transformados para normalização

	Valor Original	Valor transformado		Valor Original	Dados Transformado		Valor Original	Dados Transformado
1	58.86	0.10565	30	77.64	0.24269	59	128.1	0.61087
2	55.15	0.078584	31	76	0.23072	60	135.37	0.66392
3	51.21	0.049836	32	73.46	0.21219	61	142.22	0.7139
4	48.24	0.028165	33	72.48	0.20503	62	149.54	0.76731
5	46.61	0.016271	34	75.6	0.2278	63	156.1	0.81518
6	45.98	0.011675	35	82.04	0.27479	64	162.77	0.86385
7	45.43	0.0076614	36	88.64	0.32295	65	169.97	0.91638
8	45.12	0.0053995	37	95.52	0.37315	66	177.51	0.9714
9	44.73	0.0025538	37	99.61	0.40299	67	181.43	1
10	44.65	0.0019701	39	97.66	0.38876	68	181.19	0.99825
11	44.38	0	40	92.16	0.34863	69	179.94	0.98913
12	44.38	0	41	88.18	0.31959	70	178.19	0.97636
13	44.5	0.00087559	42	86.42	0.30675	61	175.38	0.95586
14	44.85	0.0034294	43	85.37	0.29909	72	171.75	0.92937
15	45.47	0.0079533	44	84.39	0.29194	73	167.3	0.8969
16	47.76	0.024663	45	82.4	0.27742	74	161.52	0.85472
16	51.77	0.053922	46	79.9	0.25918	75	156.2	0.81591
18	59.14	0.1077	47	78.73	0.25064	76	150.51	0.77439
19	66.16	0.15892	48	79.86	0.25888	77	144.07	0.7274
20	73.13	0.20978	49	82.98	0.28165	78	137.53	0.67968
21	78.9	0.25188	50	86.22	0.30529	79	130.72	0.62999
22	79.35	0.25516	51	88.22	0.31988	80	124.92	0.58767
23	75.49	0.227	52	89.35	0.32813	81	118.15	0.53827
24	72.76	0.20708	53	92.03	0.34768	82	111.39	0.48895
25	73.58	0.21306	54	96.22	0.37826	83	105.42	0.44538
26	76.58	0.23495	55	102.4	0.42335	84	99.18	0.39985
27	79.2	0.25407	56	109.02	0.47165	85	92.16	0.34863
28	79.67	0.2575	57	115.55	0.5193	86	88.57	0.32244
29	78.85	0.25151	58	122.29	0.56848	87	-----	-----

As figuras a seguir apresentam o uso de funções Polinomial, Fourier e Sum of sine, que trazem os resultados inseridos no mesmo método de finalização, usando os valores obtidos no



WebPlotDigitizer®, e ajustados no Matlab® para melhor comparação ao sistema original, com o menor erro possível, a fim de fornecer um resultado contrastivo mais evidente.

Considerando o consumo em kWh/mês e tempo em horas. A função linear polinomial de 8º grau apresenta a seguinte característica:

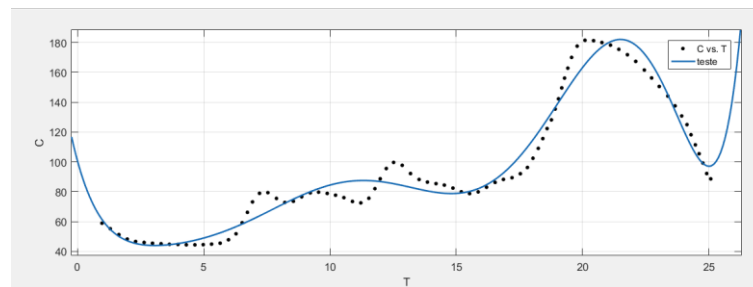
$$f(x) = p_1x^8 + p_2x^7 + p_3x^6 + p_4x^5 + p_5x^4 + p_6x^3 + p_7x^2 + p_8x + p_9 \quad (2)$$

Na figura 5 é apresentada a curva da regressão polinomial de 8º grau, na equação 2 foi substituído os valores de P, considerando o tempo em horas e o consumo em kwh, dada por:

$$f(x) = 1,749e^{-6}x^8 - 0,0001664x^7 + 0,006379x^6 - 0,1271x^5 + 1,432x^4 - 9,403x^3 + 36,48x^2 - 76,3x + 109,1$$

onde:  $x$  representa o tempo, e  $y$  representa o consumo de energia e P o coeficiente com limites de confiança. Pode-se observar, na figura, através do coeficiente de correlação  $R^2$  que o ajustados dados é de 96,28%. e o erro médio entre o grau 1 e o grau 8 é de 16,1%.

**Figura 5.** Função Polinomial, comparativo do vetor não normalizado com dados normalizados - 0 a 1



**Fonte:** Elaborado a partir dos dados da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) no Matlab® e finalizado WebPlotDigitizer®.

Na figura 6 observa-se a curva de similaridade dada pelo modelo de Fourier usando oito termos. Considerando o consumo em kWh/mês e o tempo em horas. A função 3 apresenta a seguinte característica.

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos(xw) + b_1 \sin(xw) + a_2 \cos(2xw) + b_2 \sin(2xw) + a_3 \cos(3xw) + b_3 \sin(3xw) + a_4 \cos(4xw) + b_4 \sin(4xw) + a_5 \cos(5xw) + b_5 \sin(5xw) + a_6 \cos(6xw) + b_6 \sin(6xw) + a_7 \cos(7xw) + b_7 \sin(7xw) + a_8 \cos(8xw) + b_8 \sin(8xw). \quad (3)$$

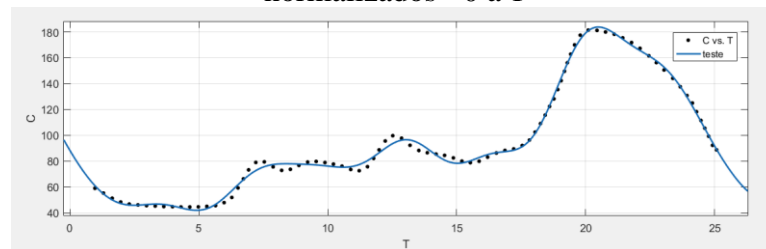
A função 3 dada apresenta a curva da regressão de Fourier com números de termos igual a 8. Onde  $x$  corresponde ao tempo e  $f(x)$  corresponde ao consumo de energia e  $a_n$  e  $b_n$  são



coeficientes e  $w = 0,2503$ . Pode-se observar, na figura, através do coeficiente de correlação  $R^2$  que o ajuste dos dados é de 99,62%, e o erro médio é de 12,34%.

$$f(x) = 93,13 + 10,58 \cos(0,2503x) - 43,09 \sin(0,2503x) - 4,35 \cos(0,5006x) - 33,23 \sin(0,5006x) - 11,06 \cos(0,7509x) - 5,805 \sin(0,7509) + 0,01917 \cos(1,0012) + 6,144 \sin(1,0012) - 0,1401 \cos(1,2515) - 2,826 \sin(1,2515) + 2,282 \cos(1,5018) - 4,072 \sin(1,5018) - 2,2 \cos(1,7521) - 1,885 \sin(1,7521) - 0,0486 \cos(2,0024) + 2,461 \sin(2,0024).$$

**Figura 6.** Função de Fourier, comparativo com vetor não normalizado com dados normalizados - 0 a 1



**Fonte:** Elaborado a partir dos dados da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) no Matlab® e finalizado WebPlotDigitizer®

Na função 4 observa-se a curva de similaridade pela função de Sum of Sine com o número de termos igual a 8. Sendo a equação 4:

$$f(x) = a_1 \sin(b_1x + c_1) + a_2 \sin(b_2x + c_2) + a_3 \sin(b_3x + c_3) + a_4 \sin(b_4x + c_4) + a_5 \sin(b_5x + c_5) + a_6 \sin(b_6x + c_6) + a_7 \sin(b_7x + c_7) + a_8 \sin(b_8x + c_8). \quad (4)$$

sendo  $a_1, b_1$  e  $c_1$  são coeficientes da função obtidos pela ferramenta computacional Matlab®;

$$f(x) = 139,1 \sin(0,1292x - 0,3515) + 64,77 \sin(0,2972x + 1,076) + 27,58 \sin(0,542x + 1,955) + 15,49 \sin(1,458x - 6,649) + 11,6 \sin(0,9527x - 5,284) + 1,491 \sin(1,491x + 2,34) + 3,743 \sin(1,92x + 1,251) + 2,973 \sin(2,554x + 1,655).$$

Pode-se observar, na figura, através do coeficiente de correlação  $R^2$  que o ajuste dos dados é de 99,86%, e o erro médio de 12,34%.

**Figura 7.** Função Sum of Sine, comparativo com vetor não normalizado com dados normalizados - 0 a 1



**Fonte:** Elaborado a partir dos dados da pesquisa de Rahde e Kaehler (2000) no Matlab® e finalizado WebPlotDigitizer®





Ao comparar os três modelos, fica evidente que o modelo que mais se ajusta ao sistema original proposto por Rahde e Kaehler (2000), foi modelo de Sum of sine que definiu 99,86% de similaridade ao sistema original, Já o modelo Fourier o seu R-square atingiu 99,62% de similaridade ao original. Por fim, o modelo Polinomial mostrou uma similaridade de 96,28% comparado ao sistema original.

Fica evidente que nas figuras 5, 6 e 7 as linhas pontilhadas referem-se aos valores obtidos no WebPlotDigitizer® no total de 86 pontos e a linha azul se refere ao gráfico de ajuste, usando as funções Polinomial, Fourier e Sum of Sine. Quando comparados com esse novo vetor em escala de 0 a 1, com modelagem matemática normalizada, apresentam-se similaridade e menor erro.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Evidenciou-se, neste estudo que a modelagem matemática normalizada é um caminho mais seguro em análise da curva de carga, sendo mais indicado, para o contexto residencial, a escala de 0 a 1 por ser mais precisa e indicar dados mais confiáveis para esse âmbito de consumo energético.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Ed. Contexto, 2004.
- BOARDMAN, B. **Achieving energy efficiency through product policy: the UK experience**, Environmental Science & Policy, N°7: 165-176, 2004.
- BERNARDO, T. A. **Uso de modelagens matemáticas avançadas para aprimorar o manejo do solo e uso da água frente aos efeitos de mudanças climáticas na agricultura**. Niterói, UFF, 2020.
- CENSUS BUREAU. **Statistical abstract of the United States**. Statistical Abstract of the Un, 2021.
- DODGE, Y. **The Oxford Dictionary of Statistical Terms**, OUP, 2003.
- FELLER, William. **An introduction to probability theory and its applications**. 3 ed. New York: Wiley, 1968.



- FRANCISQUINI, Aislan Antonio. **Estimação de Curvas de Carga em Pontos de Consumo e em Transformadores de Distribuição**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira –SP, 2006.
- MACIEL, Felipe Anderson Oliveira et al. Reconhecimento de padrões sazonais em colônias de abelhas *Apis mellifera* via clusterização. **Revista Brasileira de Computação Aplicada**, v. 10, n. 3, p. 74-88, 2018.
- MARÔCO, João. **Análise Estatística com o SPSS Statistics**.: 7ª edição. ReportNumber, Lda, 2018.
- OLIVARES, Daniel E. et al. **Trends in microgrid control**. IEEE Transactions on smart grid, v. 5, n. 4, p. 1905-1919, 2014.
- ONU. Organização das Nações Unidas. World Population Prospects 2022. United Nations: New York, 2022. Disponível em: <https://static.poder360.com.br/2022/07/Relatorio-ONU-populacao-2022.pdf> Acesso em: 03 ago. 2022.
- PIVA; NICULESCU. **National Energy System**. ILO Turin Center, MEDOC Distribution, International Center for Advanced Technical and Vocational Training, 1984.
- RAES, D., STEDUTO, P., HSIAO, T. C., & FERERES, E. **Aquacrop-The FAO crop model to simulate yield response to water: II. main algorithms and software description**. Agronomy Journal, 101(3), 438–447, 2009. <https://doi.org/10.2134/agronj2008.0140s>
- RAHDE, S. B., KAEHLER, J. W. Modulação da Curva de Carga do Segmento Residencial a partir de Gerenciamento pelo Lado da Demanda. In: **Anais do Congresso ENCIT**, 2000, Porto Alegre.
- SPIEGEL, M. R. **Estatística**. Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda. São Paulo, 1976.