



Evento: XXVI Jornada de Pesquisa

## **MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DA DINÂMICA DE GUINADA DE UM VEÍCULO PARA FINS AGRÍCOLAS<sup>1</sup>**

### **MATHEMATICAL MODELING AND COMPUTATIONAL SIMULATION OF THE YAW DYNAMICS OF AN AGRICULTURAL VEHICLE**

**Edson Baal<sup>2</sup>, Manuel Osorio Binelo<sup>3</sup>, Maurício de Campos<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Pesquisa realizada no Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ.

<sup>2</sup> Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha; discente do curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da UNIJUÍ.

<sup>3</sup> Docente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da UNIJUÍ, orientador da pesquisa.

<sup>4</sup> Docente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da UNIJUÍ, coorientador da pesquisa.

#### **RESUMO**

Este trabalho trata da modelagem matemática e simulação computacional da dinâmica de guinada de um veículo para fins agrícolas. Uma das aplicações dos modelos matemáticos está no controle do deslocamento de tratores autônomos, tal tecnologia é utilizada principalmente nas grandes propriedades agrícolas. Porém, nas pequenas propriedades da agricultura familiar, a adoção de pacotes tecnológicos ainda é restrita, principalmente, devido à escassez de recursos financeiros para investimento. A dinâmica do deslocamento veicular pode ser dividida em dinâmica longitudinal e dinâmica de guinada. A dinâmica de guinada descreve o movimento de mudança de direção do veículo, que consiste nos movimentos longitudinal, lateral e de rotação. A formulação matemática é realizada a partir dos princípios físicos de dinâmica presentes no sistema. A simulação é realizada com o auxílio da ferramenta computacional Matlab/Simulink, e como resultado, tem-se as simulações do deslocamento longitudinal, lateral e de rotação na mudança de direção. A partir do desenvolvimento de um modelo matemático que caracteriza a dinâmica de guinada, é possível, em pesquisas futuras, implementar o controle do protótipo do veículo em operações autônomas na agricultura familiar.

**Palavras-chave:** Agricultura familiar. Dinâmica de guinada. Veículo para fins agrícolas. Modelagem matemática.

#### **ABSTRACT**

This work deals with the mathematical modeling and computational simulation of the yaw dynamics of a vehicle for agricultural purposes. One of the applications of mathematical models is in the control of displacement of autonomous tractors, such technology is used mainly in large agricultural properties. However, on small family farms, the adoption of technological packages is still restricted, mainly due to the scarcity of financial resources for investment. The dynamics of vehicle displacement can be divided into longitudinal dynamics and yaw dynamics. The yaw dynamics describe the vehicle's directional movement, which consists of



longitudinal, lateral and rotational movements. The mathematical formulation is based on the physical principles of dynamics present in the system. The simulation is carried out with the help of the computational tool Matlab/Simulink, and as a result, there are simulations of longitudinal, lateral and rotational displacement in the change of direction. From the development of a mathematical model that characterizes the yaw dynamics, it is possible, in future research, to implement vehicle prototype control in autonomous operations in family farming.

**Keywords:** Family farm. Yaw dynamics. Agricultural Vehicle. Mathematical modeling.

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta a formulação matemática e a simulação computacional da dinâmica de guinada com vistas à utilização na modelagem matemática do deslocamento de um veículo para fins agrícolas.

Como histórico, tem-se em trabalhos anteriores, o desenvolvimento de um trator de pequeno porte para a agricultura familiar, e como continuidade há o intuito de tornar o equipamento um veículo autônomo. Aplica-se a modelagem matemática do deslocamento veicular principalmente no controle dos veículos autônomos.

A formulação matemática do deslocamento de veículos autônomos baseia-se nos princípios físicos de dinâmica presentes no sistema (HERRERA *et al.*, 2016). O tratamento matemático pode ser dividido em dinâmica longitudinal, que descreve o movimento do veículo em linha reta, e em dinâmica de guinada, que descreve o movimento longitudinal, lateral e rotacional de mudança de direção do veículo (LI *et al.*, 2016).

## MATERIAIS E MÉTODOS

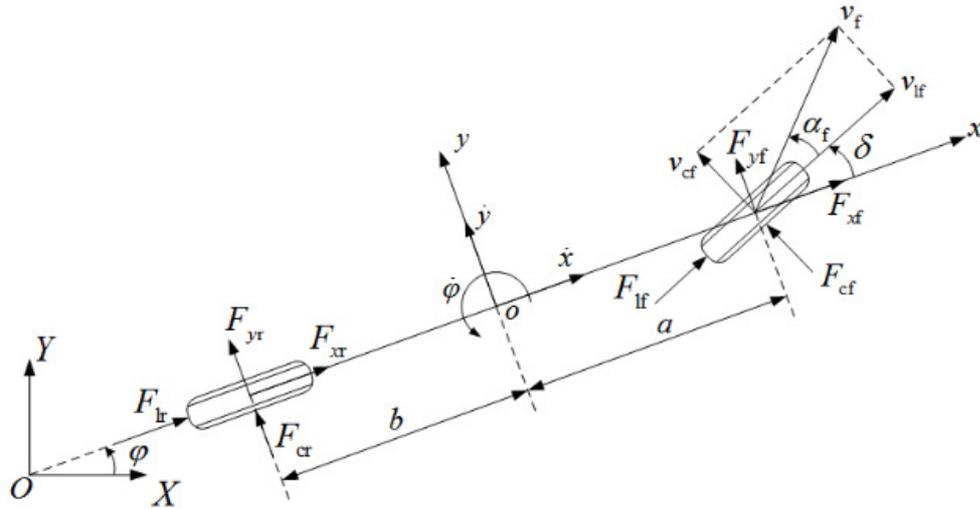
Para modelar matematicamente a dinâmica de guinada, utiliza-se a formulação matemática apresentada pelos autores, Amer *et al.* (2017); Herrera *et al.* (2016); Kayacan *et al.* (2015); Kraus *et al.* (2013) e Wei *et al.* (2018). Essa formulação matemática é chamada de Modelo da Bicicleta.

O Modelo da Bicicleta representa as grandezas físicas envolvidas na dinâmica do deslocamento veicular a partir de uma simplificação geométrica de um veículo com eixos



duplos e quatro rodas, simétrico em relação ao plano longitudinal, conforme **Erro! Fonte de referência não encontrada.** (WEI *et al.*, 2018).

Figura 1– Modelo da bicicleta para veículos autônomos



Fonte: Wei *et al.* (2018)

Conforme figura acima,  $F_l$  e  $F_c$  representam às forças longitudinal e lateral nos pneus, respectivamente. Os parâmetros  $F_x$  e  $F_y$  correspondem às forças atuantes no centro das rodas, em relação aos eixos de coordenadas do veículo  $x$  e  $y$ , respectivamente. O sistema de coordenadas absoluta é representado por  $X$  e  $Y$ . A velocidade longitudinal da roda é descrita pelo parâmetro  $v_l$  e a velocidade lateral da roda é descrita pelo parâmetro  $v_c$ . O índice  $f$  é utilizado para identificar a roda dianteira e o índice  $r$  é utilizado para identificar a roda traseira. O ângulo de direção e o ângulo de deslizamento lateral são representados pelos parâmetros  $\delta$  e  $\alpha$ , respectivamente. O ângulo de guinada é representado por  $\varphi$ . Os parâmetros  $a$  e  $b$  correspondem a distância do eixo frontal e o eixo traseiro até o centro de massa do veículo, respectivamente. As variáveis  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$  e  $\ddot{\varphi}$ , correspondem à aceleração no sentido de deslocamento  $x$ , aceleração no sentido de deslocamento  $y$  e aceleração angular de guinada respectivamente. As forças são dadas em  $N$ , as distâncias em  $m$ , a massa em  $kg$ , o momento de inércia em  $kgm^2$ , os ângulos em  $rad$ , a velocidade linear e angular em  $m/s$  e  $rad/s$ , respectivamente, a aceleração linear do veículo é dada em  $m/s^2$  e a aceleração angular em  $rad/s^2$ .



As variáveis  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$  e  $\ddot{\phi}$ , correspondem à aceleração no sentido de deslocamento  $x$ , aceleração no sentido de deslocamento  $y$  e aceleração angular de guinada respectivamente. As forças são dadas em  $N$ , as distâncias em  $m$ , a massa em  $kg$ , o momento de inércia em  $kgm^2$ , os ângulos em  $rad$ , a velocidade linear e angular em  $m/s$  e  $rad/s$ , respectivamente, a aceleração linear do veículo é dada em  $m/s^2$  e a aceleração angular em  $rad/s^2$ .

De acordo com Wei *et al.* (2018), o seguinte conjunto de equações diferenciais são utilizadas para delinear a dinâmica de guinada do veículo, com as dinâmicas no eixo  $x$ , eixo  $y$  e no eixo de rotação:

$$m \cdot \ddot{x} = m \cdot \dot{y} \cdot \dot{\phi} + 2 \cdot F_{xf} + 2 \cdot F_{xr}, \quad (1)$$

$$m \cdot \ddot{y} = -m \cdot \dot{x} \cdot \dot{\phi} + 2 \cdot F_{yf} + 2 \cdot F_{yr}, \quad (2)$$

$$I_z \cdot \ddot{\phi} = 2 \cdot a \cdot F_{yf} - 2 \cdot b \cdot F_{yr}, \quad (3)$$

onde  $m$  corresponde à massa e  $I_z$  é o momento de inércia em relação ao centro de massa do veículo.

No trabalho apresentado por Baal (2020), demonstra-se que a força longitudinal no pneu, exercida no eixo de tração do veículo, é resultado do torque do motor ( $T_m$ ), do raio da roda ( $r_d$ ), da relação de transmissão ( $i_t$ ), do rendimento da transmissão do veículo ( $\eta_t$ ) e da resistência ao rolamento exercida na roda de tração, conforme:

$$F_{lf} = \frac{T_m \cdot \eta_t \cdot i_t}{r_d} - B_m \cdot v_{lf}, \quad (4)$$

onde  $B_m$  é o fator de resistência ao rolamento e  $v_{lf}$  é a velocidade longitudinal na roda frontal do veículo, sendo obtida conforme:

$$v_{lf} = (\dot{y} + a \cdot \dot{\phi}) \sin \delta + \dot{x} \cos \delta \quad (\text{WEI } et al., 2018). \quad (5)$$

A força longitudinal no pneu traseiro é obtida conforme a seguinte equação de dinâmica:

$$I_w \cdot \dot{\omega}_r = -T_{br} - F_{lr} \cdot r_d, \quad (6)$$

onde  $I_w$  é o momento de inércia da roda,  $\omega_r$  é a velocidade angular da roda e  $T_{br}$  é o torque de frenagem da roda traseira (WEI *et al.*, 2018).



De acordo com Ospina e Noguchi (2016), as forças laterais são obtidas a partir da análise do Modelo da Bicicleta e a aplicação das equações de Newton mostradas a seguir:

$$\Sigma F_y = m \cdot \ddot{y} = F_{cf} \cdot \cos \delta + F_{cr}, \quad (7)$$

$$\Sigma M_z = I_z \cdot \ddot{\phi} = a \cdot F_{cf} \cdot \cos \delta - b \cdot F_{cr} \quad (8)$$

assim, tem-se que as forças laterais na roda frontal e traseira são, respectivamente:

$$F_{cf} = \frac{b \cdot m \cdot \ddot{y} + I_z \cdot \ddot{\phi}}{a + b(\cos \delta)}, \quad (9)$$

$$F_{cr} = \frac{a \cdot F_{cf} \cdot \cos \delta - I_z \cdot \ddot{\phi}}{b} \quad (10)$$

As coordenadas do veículo são transformadas em coordenadas absolutas conforme as equações:

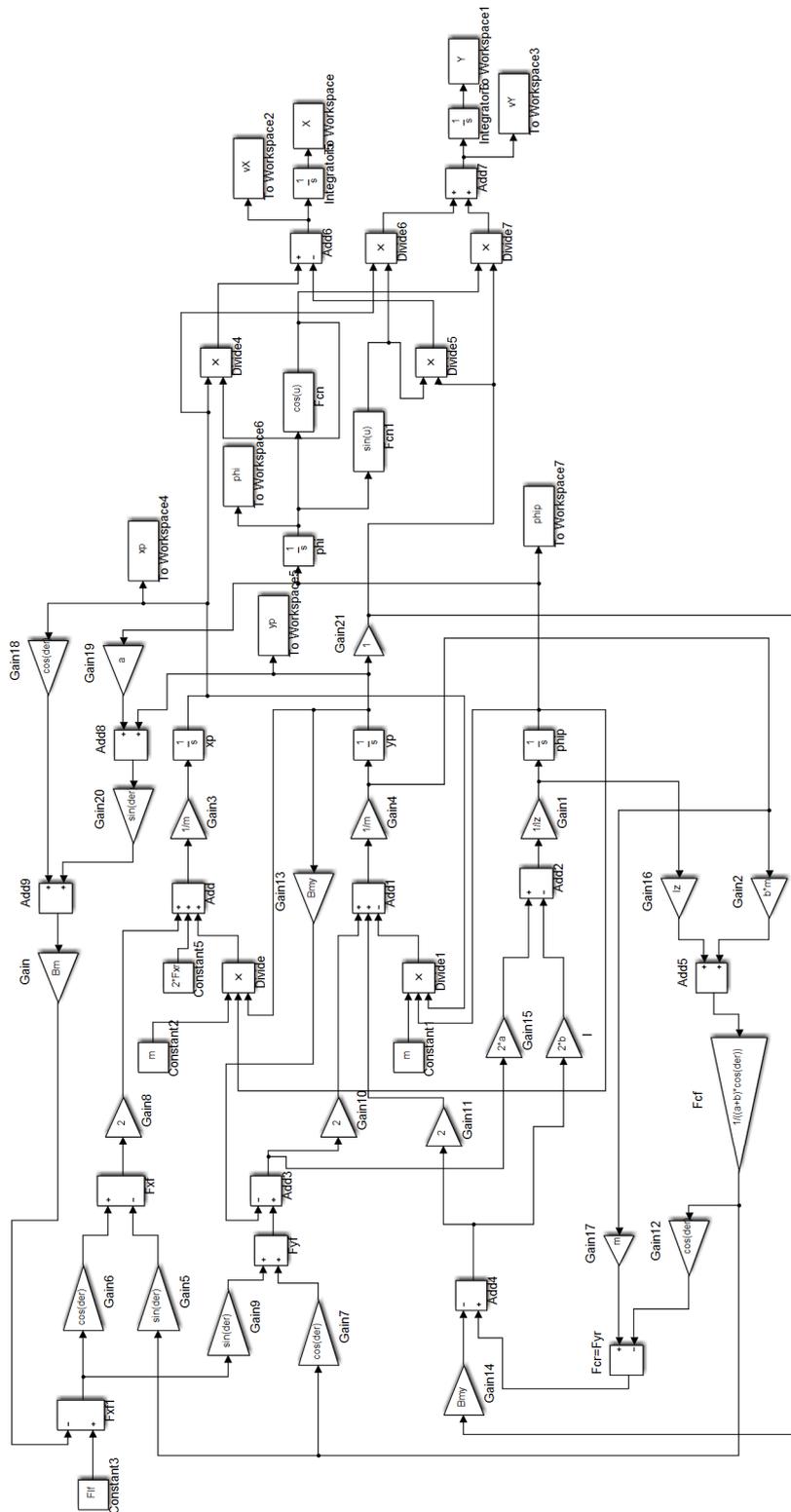
$$\dot{X} = \dot{x} \cdot \cos \varphi - \dot{y} \cdot \sin \varphi, \quad (11)$$

$$\dot{Y} = \dot{x} \cdot \sin \varphi + \dot{y} \cdot \cos \varphi \text{ (WEI *et al.*, 2018)}. \quad (12)$$

Para realizar as simulações computacionais, utiliza-se o programa Matlab / Simulink com o diagrama de blocos da dinâmica de guinada, conforme Figura 2.



Figura 2 – Diagrama de blocos da dinâmica de guinada



Fonte: Autores



Na Tabela 1 tem-se os parâmetros considerados para a simulação da dinâmica de guinada, com base nas características do veículo para fins agrícolas.

Tabela 1 – Parâmetros considerados na dinâmica longitudinal do trator de pequeno porte

Descrição do parâmetro	Notação	Valor	Unidade
Ângulo de direção	$\delta$	0,2618	rad
Ângulo de inclinação do terreno	$\theta_R$	0	rad
Distância do eixo frontal até o centro de massa do veículo	$a$	0,989	m
Distância do eixo traseiro até o centro de massa do veículo	$b$	1,433	m
Fator de resistência ao rolamento	$B_m$	165,1082	kg/s
Massa	$m$	420	kg
Momento de inércia	$I_z$	694,7256	kg · m <sup>2</sup>
Momento de inércia das rodas	$I_w$	0,9848	kg · m <sup>2</sup>
Raio da roda	$r_d$	0,278	m
Redução da transmissão na 5ª marcha	$i_t$	121,4691	adimensional
Rendimento da transmissão	$n_t$	0,9	adimensional
Torque no eixo de saída do motor	$T_m$	0,24	N · m

Fonte: Autores

Para realizar a simulação computacional, considera-se como condições iniciais,  $\dot{x} = 0$ ,  $\dot{y} = 0$  e  $\dot{\phi} = 0$ , um tempo de simulação de 20 segundos e um ângulo de direção de 15°.

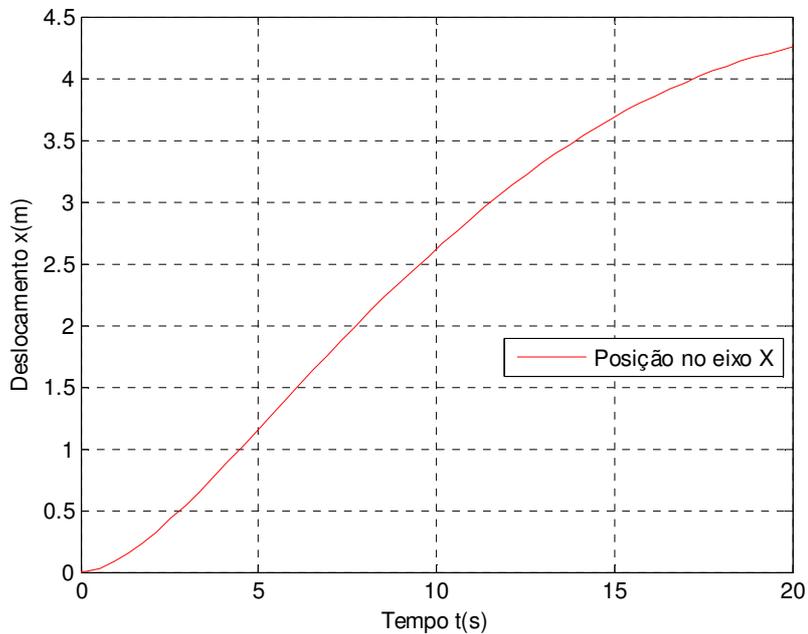
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Procede-se com a simulação computacional da dinâmica de guinada a partir do diagrama de blocos elaborado no Matlab / Simulink. Como saída obtém-se os resultados da posição em X, posição em Y, o ângulo de guinada e a taxa de variação de guinada.

Na Figura 3 tem-se o deslocamento no eixo X em função do tempo.



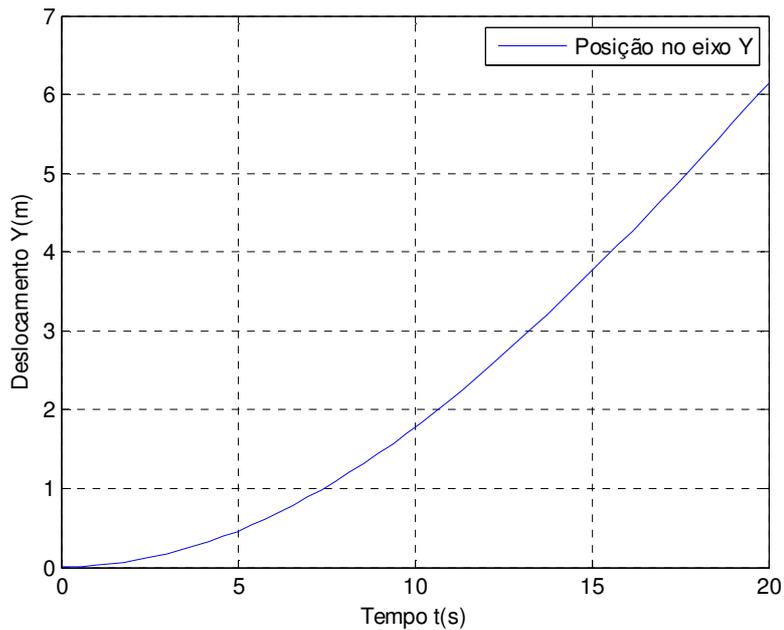
Figura 3 – Deslocamento no eixo de coordenada X



Fonte: Autores

Na Figura 4 tem-se o deslocamento no eixo Y em função do tempo.

Figura 4 – Deslocamento no eixo de coordenada Y

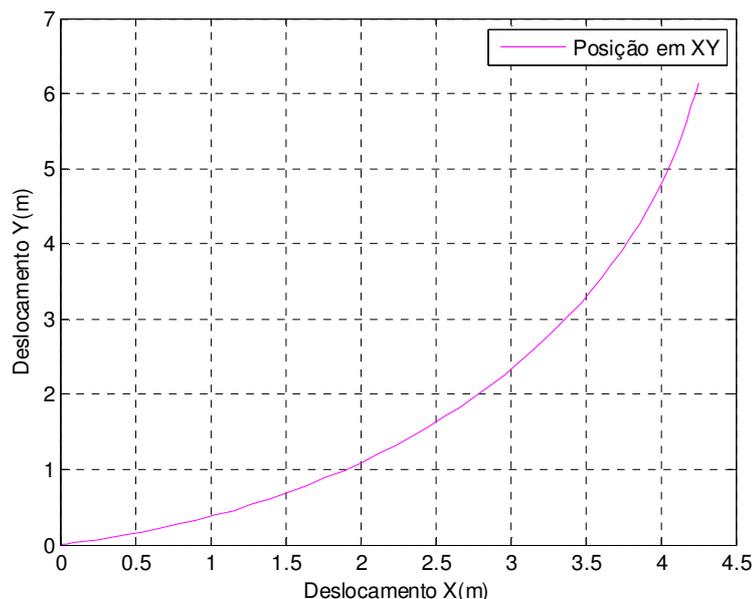


Fonte: Autores



Na Figura 5 tem-se o deslocamento em X e Y.

Figura 5 – Deslocamento nos eixos de coordenadas X e Y



Fonte: Autores

A partir dos resultados, percebe-se que o deslocamento no eixo Y é maior do que o deslocamento no eixo X, conseqüentemente com uma maior velocidade em Y em relação a X. O fator de resistência ao rolamento considerado, em conjunto com a velocidade longitudinal da roda, resulta em uma força de resistência ao movimento no sentido longitudinal. Há o indicativo que necessita-se considerar também uma resistência ao movimento no sentido lateral

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou a simulação computacional da dinâmica de guinada com vistas à aplicação na modelagem matemática do deslocamento de um trator de pequeno porte a partir da aplicação do Modelo da Bicicleta.

Percebe-se que o Modelo da Bicicleta pode ser utilizado para descrever a dinâmica de guinada, porém é necessário realizar testes experimentais para atestar a validade do modelo, o que fica como sugestão para trabalhos futuros.



A partir da simulação computacional, verifica-se a necessidade de considerar a resistência ao deslocamento lateral, assim surge a seguinte questão de pesquisa para trabalhos futuros: “Qual é a resistência ao deslocamento no sentido lateral?”.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMER, Noor Hafizah; ZAMZURI, Hairi; HUDHA, Khisbullah; KADIR Zulkiffli Abdul. Modelling and control strategies in path tracking control for autonomous ground vehicles: a review of state of the art and challenges. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, v. 86, n. 2, p. 225-254, 2017.

BAAL, Edson. **Modelagem matemática da dinâmica longitudinal do protótipo de um trator de pequeno porte**. 2020. 110 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática. Ijuí, 2020. Disponível em: <<https://www.unijui.edu.br/estude/mestrado-e-doutorado/modelagem-matematica-e-computacional-225>>. Acesso em: 10 jul. 2021

HERRERA, Daniel; TOSETTI, Santiago; CARELLI, Ricardo. Dynamic modeling and identification of an agriculture autonomous vehicle. **IEEE Latin America Transactions**, v. 14, n. 6, p. 2631-2637, 2016.

KAYACAN, Erkan; KAYACAN, Erdal; RAMON, Herman; SAEYS, Wouter. Towards agrobots: Identification of the yaw dynamics and trajectory tracking of an autonomous tractor. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 115, p. 78-87, 2015.

KRAUS, T; FERREAU, E.; RAMON, H. BAERDEMAEKER, J. De; DIEHL M.; SAEYS W. Moving horizon estimation and nonlinear model predictive control for autonomous agricultural vehicles. **Computers and electronics in agriculture**, v. 98, p. 25-33, 2013.

LI, Boyuan; DU, Haiping; LI, Weihua. Trajectory control for autonomous electric vehicles with in-wheel motors based on a dynamics model approach. **IET Intelligent Transport Systems**, v. 10, n. 5, p. 318-330, 2016.

OSPINA, Ricardo; NOGUCHI, Noboru. Determination of tire dynamic properties: application to an agricultural vehicle. **Engineering in agriculture, environment and food**, v. 9, n. 1, p. 123-130, 2016.

WEI, Shouyang *et al.* An Integrated Longitudinal and Lateral Vehicle Following Control System With Radar and Vehicle-to-Vehicle Communication. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 68, n. 2, p. 1116-1127, 2018.