



Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

ESTADO DA ARTE DE MODELOS MATEMÁTICOS QUE PREDIZEM O TEMPO DE VIDA DE BATERIAS¹

Kelly Pereira Duarte², Marlon Vinícius Machado³, Igor Kuhn⁴, Airam Teresa Zago Romcy Sausen⁵, Paulo Sérgio Sausen⁶.

¹ MODELAGEM MATEMÁTICA DE BATERIAS

² Aluna do curso de Mestrado em Modelagem Matemática, bolsista CNPq.

³ Aluno do curso de Mestrado em Modelagem Matemática, bolsista Unijuí.

⁴ Aluno do curso de Mestrado em Modelagem Matemática.

⁵ Orientadora/UNIJUI.

⁶ Co-orientador/UNIJUI.

Resumo: Nos dias atuais, faz-se importante o estudo e os avanços quanto a predição do tempo de vida de uma bateria, já que esta é que “alimenta”, mantém em funcionamento, telefones celulares, tablets, notebooks, i-phones, i-pads, dentre outros dispositivos móveis que são necessários à sociedade. Este trabalho foi realizado com o intuito de saber-se mais sobre os modelos matemáticos utilizados na predição do tempo de vida de uma bateria, encontrados na literatura. Para tal feito, foi realizada uma revisão/investigação bibliográfica, dando ênfase a trabalhos de dissertação, defendidas no curso de Mestrado em Modelagem Matemática da UNIJUI. Como resultados, são apresentados alguns modelos matemáticos de baterias, com um breve descrição, e uma discussão sobre o que tem sido feito nos trabalhos de dissertação realizados até então. E por fim, são sugeridas algumas possibilidades para realização de trabalhos futuros.

Palavras-Chave: Dispositivos móveis; Baterias; Modelos Matemáticos.

Introdução

O uso das tecnologias móveis está cada vez mais presente no cotidiano, em indústrias, na educação, na saúde, na segurança e até mesmo no lazer. Dentre alguns destes dispositivos, encontram-se os telefones celulares, os tablets, os notebooks, os smartphones, os i-phone, e os i-pad, entre outros. Observa-se que o funcionamento desses aparelhos está relacionado diretamente com o tempo de vida de sua bateria, podendo este ser menor ou maior para um mesmo dispositivo, dependendo do modo como é utilizado. Neste contexto, surge então a necessidade de realizar a predição do tempo de vida da bateria, ou seja, saber por quanto tempo a mesma poderá manter em funcionamento os dispositivos em questão.

Na literatura técnica é verificada que a predição do tempo de vida pode ser realizada através de experimentos físicos, o que em algumas situações torna-se inviável devido ao custo, implementação e gerenciamento. Outra forma de realizar a predição é através do uso de modelos matemáticos, os quais





Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

capturam as características reais das baterias e podem ser utilizados para prever o comportamento da mesma, sob diversas condições de carga e descarga.

O objetivo deste trabalho é abordar sobre o estado da arte de modelos matemáticos que predizem o tempo de vida de baterias. Nos trabalhos correlatos [9, 10, 11] observou-se que há diferentes classes de modelos, entre eles os mais usados são: os Modelos Eletroquímicos, os Modelos Elétricos, os Modelos Estocásticos e os Modelos Analíticos.

O restante deste trabalho está organizado como segue. Inicialmente é abordada a metodologia. Em um segundo momento é apresentado o estado da arte da modelagem matemática em baterias. Após são apresentadas as conclusões e por fim, possibilidades de trabalhos futuros.

Metodologia

Neste trabalho, será apresentado um estudo de cunho investigativo, baseado em diferentes modelos matemáticos encontrados na literatura técnica, que permitem prever o tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis. A partir da leitura e compreensão destes modelos, os mesmos são discutidos a seguir.

Resultados e discussão

Na literatura técnica encontram-se diversos modelos matemáticos de baterias, que capturam características reais de operação e podem ser utilizados para prever o comportamento destas baterias sob diversas condições de carga e descarga. Denominam-se menos acurados, os modelos que são mais simples, pois, não consideram os aspectos físicos das operações de descarga na bateria, ou seja, efeitos não-lineares, tais como, efeito de recuperação e efeito da taxa de capacidade. Têm-se modelos matemáticos mais precisos, que consideram tais efeitos, cada um possui características e especificidades, as quais serão descritas a seguir.

Modelos Eletroquímicos

Estes modelos são considerados mais precisos, pois, baseiam-se nos processos químicos que ocorrem na bateria. Porém, devido ao grande número de parâmetros da bateria, são considerados complexos e de difícil implementação. Segundo [1], Doyle, Fuller e Newman, desenvolveram um modelo eletroquímico, para baterias de lítio e lítio-íon, composto por seis Equações Diferenciais Parciais (EDPs) não-lineares. Atualmente, um programa que utiliza este modelo para simular o tempo de vida de baterias é denominado Fortran Dualfoil, o qual possui alto nível de exatidão, sendo assim, muito utilizado na verificação da precisão de outros modelos quaisquer, ao invés de utilizar resultados experimentais [1,2].

Modelos Elétricos

Também são conhecidos por modelos de circuitos elétricos, podem incluir cargas variáveis no tempo, considerando os efeitos térmicos da bateria e a taxa de capacidade. As simulações destes modelos, realizadas em simuladores de circuitos, são de fácil entendimento. A essência dos modelos elétricos para os diferentes tipos de baterias é a mesma, apresentando: um capacitor que representa a capacidade



Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

da bateria; uma taxa de descarga normalizadora que determina a perda de capacidade em altas correntes de descarga; um circuito para o consumo (descarga) da bateria; uma tabela de pesquisa da tensão versus estado da carga; um resistor representando a resistência da bateria. Os modelos elétricos são menos acurados quando comparados aos modelos eletroquímicos, apresentando uma taxa de erro significativamente maior [10].

Um Modelo Elétrico conhecido na literatura é denominado Battery ele está presente na ferramenta computacional MatLab. Este modelo é conhecido pela praticidade no processo de extração de parâmetros, obtidos a partir de uma única curva real de descarga da bateria em conjunto com os dados de seu datasheet, caso já exista neste, uma curva real de descarga, não é necessária a realização de testes experimentais, proporcionando uma otimização do tempo [11].

Modelos Estocásticos

Este tipo de modelo descreve a descarga da bateria de uma forma mais abstrata que os modelos elétricos e os modelos eletroquímicos. O efeito da taxa de capacidade e o efeito de recuperação são descritos como processos estocásticos. Os modelos de Chiasserini e Rao e o modelo KiBaM Modiﬁcado, são exemplos de modelos estocásticos [1,3].

Modelos Analíticos

Os modelos analíticos descrevem a bateria em um nível mais elevado de abstração. Utilizam um número menor de equações, são flexíveis e podem ser configurados para baterias específicas. Um dos modelos analíticos mais simples, é o Modelo Linear [2, 4, 5], este considera a bateria como um recipiente linear de corrente, sendo descrito pela equação,

$$C = C' - It_d$$

onde: C representa a capacidade restante da bateria, C′ representa a capacidade no início da operação, I é a corrente de descarga aplicada e t_d representa o tempo de duração da corrente.

Outro modelo analítico é a Lei de Peukert, que consegue capturar o efeito da taxa de capacidade, mas não considera o efeito de recuperação [1,5,6,7]. Para o cálculo do tempo de vida de baterias, usando carga constante, na Lei de Peukert é utilizada a equação,

$$L = \frac{a}{I^b}$$

onde: I é a corrente de descarga, a e b são parâmetros que precisam ser estimados, a partir de dados experimentais, e L é o tempo de vida aproximado da bateria. A extensão da Lei de Peukert [7], considerando cargas variáveis, é dada por:



Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

$$L = \frac{a}{\left[\frac{\sum_{k=1}^n I_k (t_k - t_{k-1})}{L} \right]^b}$$

onde: L representa o tempo de vida da bateria, a e b são parâmetros específicos para cada tipo de bateria, e precisam ser estimados a partir de dados experimentais, através de uma técnica de estimação de parâmetros, em [9, 10] é utilizada a técnica dos mínimos quadrados, I_k é a corrente de descarga utilizada durante um período, t_k é o tempo inicial da corrente de descarga e t_{k-1} é o tempo final corrente utilizada. Nota-se que estes dois modelos, não levam em consideração os principais efeitos não-lineares que ocorrem durante uma descarga de uma bateria.

Outro modelo analítico referenciado na literatura é o Modelo Analítico de Difusão de Rakhmatov-Vrudhula, descrito pelas EDPs a seguir:

$$-J(x, t) = D \frac{\partial C}{\partial x}(x, t)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(x, t) = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}(x, t)$$

onde: $J(x, t)$ é o fluxo das espécies eletroativas em função do tempo t e de uma distância x do eletrodo, D é a constante de difusão e $C(x, t)$ a concentração espécies eletroativas no tempo t. Tem como condição inicial:

$$C(x, 0) = C$$

e as seguintes condições de contorno:

$$D \frac{\partial C}{\partial x}(x, t)|_{x=0} = \frac{i(t)}{vFA}$$

$$D \frac{\partial C}{\partial x}(x, t)|_{x=w} = 0$$



Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

onde: A é a área da superfície do eletrodo, F é a constante de Faraday e v é o número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica na superfície do eletrodo.

Aplicando Transformada de Laplace e Transformada de Laplace inversa chega-se na equação, a seguir, que é solução geral deste modelo:

$$\alpha = \int_0^L \frac{i(\tau)}{\sqrt{L-\tau}} d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L \frac{i(\tau)}{\sqrt{L-\tau}} e^{\frac{-B^2 n^2}{L-\tau}} d\tau$$

que relaciona o tempo de vida L da bateria, a corrente de descarga $i(\tau)$, com os parâmetros a serem estimados α e B .

A partir dos trabalhos referenciados observou-se que em [9] é apresentada uma análise comparativa de três modelos analíticos: o Modelo Linear, a Lei de Peukert e o modelo de Rakhmatov-Vrudhula. A partir da análise dos resultados das simulações verificou-se que o modelo Linear apresentou resultados não satisfatórios, chegando, em alguns casos, a apresentar um erro médio próximo a 30% em relação aos dados experimentais. Já os modelos de Rakhmatov-Vrudhula e Lei de Peukert apresentaram resultados médios de erro muito próximos. No entanto, o Modelo de Rakhmatov-Vrudhula é acurado a partir de perfis de descargas constituídos por correntes altas, enquanto que a Lei de Peukert mostrou-se acurado a partir de perfis de descargas formados por correntes baixas. Em [10], foi apresentada uma análise comparativa entre os três modelos matemáticos, também estudados por [9]. Foi observado que usando cargas constantes o modelo de Rakhmatov-Vrudhula obteve o menor erro médio de 5,71% na predição do tempo de vida da bateria. Já o modelo que apresentou os piores resultados, entre os modelos simulados, foi o Modelo Linear que apresentou um erro médio de 17,42%. Alterando para cargas variáveis, o Modelo de Rakhmatov-Vrudhula manteve-se com o melhor desempenho apresentando um erro médio de 6,53% contra 7,93% da Lei de Peukert e 30,76% do Modelo Linear. Em [11] é apresentada a avaliação de um modelo elétrico, presente na ferramenta computacional MatLab/Simulink, denominado Battery. A avaliação do modelo Battery foi realizada a partir da comparação de seus resultados simulados, com dados experimentais obtidos a partir de uma plataforma de testes (i.e., testbed), e com os resultados simulados de um modelo elétrico de alta acurácia encontrado na literatura, denominado Modelo para Predizer Runtime e Características V-I (i.e., tensão e corrente) de uma bateria. O modelo Battery apresentou resultados satisfatórios para todos os casos simulados com erro médio em torno de 1%.

Conclusões

Neste trabalho investigou-se o estado da arte de Modelos Matemáticos que predizem o tempo de vida de baterias. Através deste trabalho verificou-se que os Modelos Matemáticos mais utilizados para esta predição são os Modelos Analíticos e dentre estes o mais acurado é o modelo de Rakhmatov-Vrudhula, apresentando o menor erro médio. Como possibilidade de trabalhos futuros e continuação da pesquisa



Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: II Seminário de Inovação e Tecnologia

podem ser elencados os seguintes temas: uso de novas técnicas de estimação de parâmetros; estudo de modelos utilizando a teoria de Identificação de Sistemas; realização da análise estatística dos resultados obtidos; estudo e avaliação de modelos estocásticos; estudo e avaliação dos modelos analíticos para outros tipos de baterias; comparação de modelos analíticos com modelos elétricos; entre outros.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Jongerden and B. Haverkort, "Battery modeling," Technical Report in Faculty Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, 2008.
- [2] S. D. K. Lahiri, A. Raghunathan and D. Panigrahi, "Battery-driven system design: A new frontier in low power design," Chemical Engineering Science.
- [3] S. D. R. R. A. R. D. Panigrahi, C. Chiasserini and K. Lahiri, "Battery life estimation of mobile embedded systems," NEC USA Inc., and the California Micro Program.
- [4] P. Sausen, "Gerenciamento integrado de energia e controle de topologia em redes de sensores sem fio," Master's Thesis, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Paraíba, Brasil, July 2008.
- [5] M. Jongerden and B. Haverkort, "Which battery model to use?" 2008.
- [6] D. Rakhmatov and S. Vrudhula, "An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems," National Science Foundation's State/Industry/University Cooperative Research Centers' (NSFS/IUCRC) Center for Low Power Electronics (CLPE), pp. 1–6, 2001.
- [7] T. L. Martin, "Balancing batteries, power, and performance: System issues in cpu speed-setting for mobile computing," Master's Thesis, Carnegie Mellon University, 1999.
- [8] J. Manwell and J. McGowan, "Lead acid battery storage model for hybrid energy systems," Solar Energy, vol. 50, pp. 399–405, 1993.
- [9] K. Schneider, "Modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis", Master's thesis, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, March 2011.
- [10] A. V. Olliveira, "Análise comparativa de metodologias de estimação de parâmetros aplicada a Modelos Analíticos utilizados na predição do tempo de vida de uma bateria", Master's thesis, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, April 2012.
- [11] C. M. D. Porciuncula, "Aplicação de Modelos Elétricos de Bateria na predição do tempo de vida de dispositivos móveis", Master's thesis, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, April 2012.