



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XVII Jornada de Pesquisa

## **IMPORTÂNCIA DO DISCRETIZADOR NA MODELAGEM MATEMÁTICA CAIXA CINZA DE MEMS<sup>1</sup>**

**Manuel Martín Pérez Reibold<sup>2</sup>, Airam Sausem<sup>3</sup>, Andre Bedendo<sup>4</sup>.**

<sup>1</sup> Projeto de Pesquisa realizada no Curso de Mestrado em Modelagem Matemática

<sup>2</sup> Prof. do Curso de Mestrado em Modelagem Matemática

<sup>3</sup> Profa. do Curso de Mestrado em Modelagem Matemática

<sup>4</sup> Ex-aluno do Curso de Mestrado em Modelagem Matemática

O vetor de regressores é fundamental em métodos de estimação de parâmetros. O método de discretização de dados permite estabelecer os termos desse vetor. Este trabalho mostra como obter o vetor de regressores a partir do discretizador ZOH quando, o desempenho de dispositivos MEMS é obtido empregando modelagem matemática caixa cinza. Técnica esta que se desenvolve em cinco etapas: testes e coleta de dados, escolha da representação matemática, determinação do modelo, estimação de parâmetros e validação. As estruturas alvo são núcleos deformáveis e implementados com elementos finitos. O sinal teste é um degrau estocástico. O modelo matemático é auto-regressivo com entradas exógenas e o método dos mínimos quadrados estima os parâmetros processando os dados em lote. O índice raiz do erro quadrático médio e a validação cruzada mostram que os termos do vetor de regressores gerados pelo ZOH permitem reproduzir satisfatoriamente o desempenho comportamental real das estruturas alvo.

Identificação de Sistemas, Elastomassas, Estimador MQ

Os sistemas microeletromecânicos MEMS (Micro Electro-Mechanical Systems) são microtransdutores que desempenham funções de sensoriamento e atuação. O funcionamento básico destes microsensores e microatuadores está associado ao conhecimento da frequência de ressonância, que é definida pelos parâmetros característicos das elastomassas. Estas se compõem de vigas e colunas como elementos não rígidos (deformáveis), e de âncoras (ou engastes) e massa como elementos rígidos (não deformáveis) (Tang, 1990).

As dimensões de ordem micrométrica, a fina espessura do dispositivo, a não compreensão dos efeitos físicos das forças intermoleculares sob estas dimensões, e a mudança das propriedades dos materiais dos elementos quando reduzidos a pequenas escalas, são fatores que alteram os parâmetros característicos e provocam novos fenômenos difíceis de dedução, portanto, não considerados na modelagem matemática caixa branca. O desconhecimento das leis físicas que os regem, ou a complexidade das mesmas quando conhecidas tornam a utilização dos modelos matemáticos impraticáveis pela limitação de tempo e de recursos (Song, 2010).

Atualmente, tem havido interesse em desenvolver métodos que exijam pouco conhecimento "a priori" do sistema, e ainda, permitam a utilização de dados. Estes procedimentos são denominados métodos de "identificação caixa-cinza" (Ljung, 1999). Uma vez que os dados são coletados a partir dos terminais





**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XVII Jornada de Pesquisa

do dispositivo, a possibilidade de um colapso mecânico ou elétrico é reduzida. Isto torna a identificação um processo não invasivo e, ao mesmo tempo, passivo de ser utilizado na modelagem matemática de dispositivos com dimensões menores a  $100\ \mu\text{m}$ . Os dados utilizados são resultado da transformação do desempenho analógico em discreto, denominando-se discretização, e realizada através de processadores digitais.

A discretização está diretamente relacionada aos métodos de estimação de parâmetros, uma vez que determina os regressores necessários a serem utilizados pelo estimador na obtenção dos parâmetros do modelo discreto. A otimização do número de regressores na modelagem matemática caixa cinza resulta na rápida obtenção de modelos matemáticos fisicamente mais significativos (Lin, 2006). Isto otimiza a obtenção da relação causa e efeito no setor de projeto de forma eficiente e eficaz. Dessa forma, os custos de produção diminuem como também se confirma a qualidade dos dispositivos fabricados.

Dentro desse contexto, este trabalho visa mostrar como obter o vetor de regressores a partir do discretizador ZOH, de forma que essa metodologia possa ser utilizada para outros métodos de discretização, quando o desempenho de dispositivos MEMS seja obtido empregando-se modelagem matemática caixa cinza.

O procedimento da modelagem “caixa cinza” segue os procedimentos da identificação. O processo é dividido em cinco etapas principais que são: testes dinâmicos e coleta de dados, escolha da representação matemática a ser usada, determinação da estrutura do modelo, estimação dos parâmetros, e validação do modelo (Aguirre, 2004).

A estrutura dobradiça, objeto de estudo, é utilizada em atuadores e sensores comb-drive que tem aplicação na área de telecomunicações. Sua escolha é feita com base na ausência de articulações e no deslocamento unidirecional como ilustra a Figura 1.

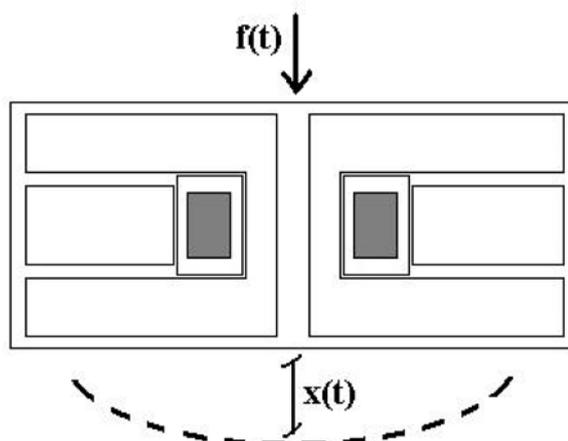


Figura 1. Elastomassa MEMS tipo dobradiça.

Os sinais amostrados,  $f(k)$  e  $x(k)$ , devem reter as características fundamentais dos sinais originais,  $f(t)$  e  $x(t)$  indicados na Figura 1. Logo observar taxa Nyquist definida é necessário. Nessa a frequência de



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XVII Jornada de Pesquisa

amostragem é duas vezes maior que a maior frequência contida no sinal a ser amostrado. Dessa forma o discretizador ZOH é ligado em cascata com o sistema a discretizar  $H(s)$ , sendo a solução geral fornecida pela expressão (1).

$$G[z] = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (1)$$

O sinal de teste  $f(t)$  consiste em um degrau de força mecânica de  $0,14\mu\text{N} \pm 1\%$ , obtido a partir da força eletrostática gerada pelo comb-drive, que é definida pela expressão (2) (Tang, 1989). A amplitude é selecionada de forma que a estrutura não entre em colapso quando aplicada a força.

$$F = \frac{N h \epsilon_{ar} (V)^2}{g} \quad (2)$$

sendo que  $F$  é a amplitude da força,  $N$  o número de dedos do comb drive,  $g$  o espaçamento entre dedos,  $\epsilon_{ar}$  a permissividade do ar, e  $V$  a diferença de potencial aplicada entre os contatos do comb drive e da elastomassa.

Na identificação de sistemas lineares dispõe-se de vários modelos. Nesta investigação é selecionado o modelo ARX (AutoRegressive with eXogenous Inputs) definido segundo a expressão (3), uma vez que, o modelo analógico das elastomassas é considerado com erro.

$$A(q)x(k) = B(q)f(k) \quad (3)$$

sendo que  $A(q) = a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_x}$ , e  $B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n_f}$  são os polinômios que contém os pólos e os zeros do sistema;  $q$  é o operador de atraso;  $n_x$ , e  $n_f$  são os maiores atrasos dos polinômios  $A(q)$  e  $B(q)$ . A escolha da ordem do modelo é baseada no conhecimento a priori do modelo analítico do sistema, portanto o modelo é de ordem dois. Assumindo-se a relação linear entre o sinal de entrada e saída na elastomassa, os parâmetros são obtidos a partir da expressão (4),



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XVII Jornada de Pesquisa

$$x(k) = \varphi^T \hat{\theta} + e_k \quad (4)$$

sendo que  $\varphi$  é o vetor de regressores,  $\hat{\theta}$  é o vetor que contém os parâmetros a serem estimados e  $e_k$  é o erro do modelo, considerando a média nula. Utilizando-se o método dos mínimos quadrados determinam-se os  $\hat{\theta}$ 's conforme a expressão (5).

$$\hat{\theta} = (\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T X \quad (5)$$

A validação do modelo é feita utilizando-se o critério do erro quadrático médio RMSE conforme expressão (6). Este calcula os desvios em relação aos valores observados da variável  $x$  (Fair, 1984).

$$RMSE = \sqrt{[\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2] / N}. \quad (6)$$

Os parâmetros estimados para a representação ARX são obtidos com dados contaminados com ruído. Neste caso, o modelo é gerado pelos regressores definidos através dos discretizadores ZOH, permitindo obter os seguintes parâmetros:  $\theta_1 = -1,75452$ ,  $\theta_2 = 0,982721$ ,  $\theta_3 = 0,256462$  e  $\theta_4 = 0,128984$ . Os resultados encontrados apontam o processo de estimação em lote eficiente para a estimação destes modelos, uma vez que a dinâmica da plataforma de testes versus o modelo estimado, conforme apresentado na Figura 2, mostram-se satisfatórios.

# SALÃO DO CONHECIMENTO

XX Seminário de Iniciação Científica II Mostra de Iniciação Científica Júnior  
XVII Jornada de Pesquisa II Seminário de Inovação e Tecnologia

2012



Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico

Evento: XVII Jornada de Pesquisa

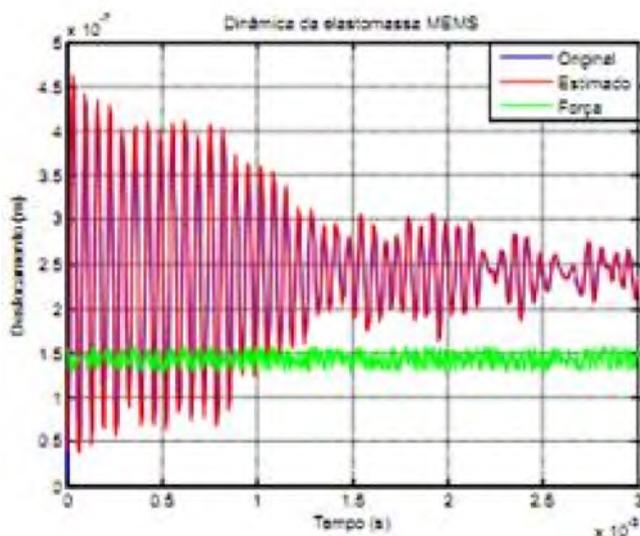


Figura 2 - Comparativo entre as dinâmicas da plataforma de testes e o modelo ARX (com ruído) de elastomassas MEMS: Discretizador ZOH.

A presença de dados contaminados exige do discretizador a utilização de um termo adicional incorporado ao vetor de regressores. Logo, a estimação de quatro parâmetros, dois relacionados à saída e dois a entrada, resultam em uma estimativa mais próxima a dinâmica real. A análise dos dados mostra que o RMSE é igual a  $2,25398e-8$ . Além destas avaliações, na Figura 3 é apresentado o desempenho dos modelos sob a forma de validação cruzada.

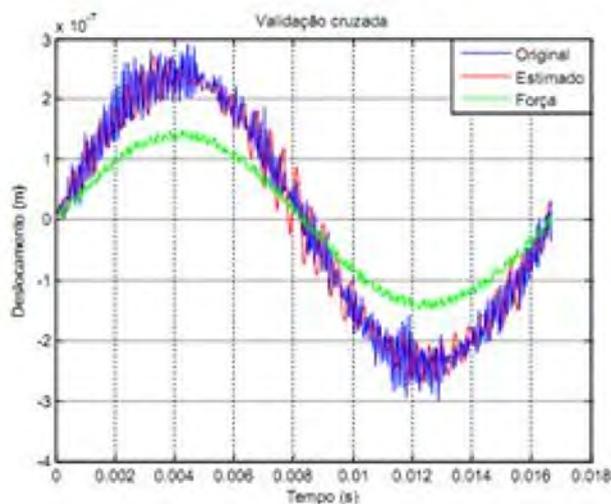


Figura 3 - Respostas dos modelos ARX (com ruído) da elastomassa MEMS quando submetida ao sinal sinusoidal: Discretizador ZOH.



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XVII Jornada de Pesquisa

Conforme se constata, a utilização desta técnica para o modelo ARX estocástico mostra-se valida quanto à fidelidade na precisão ao formato da dinâmica do sinal original.

Outro resultado importante em relação ao procedimento realizado é o tempo de execução do processo de identificação. Os valores de 0,35s e 0,4s correspondem ao período inicial de leitura dos dados, até a estimação dos parâmetros e representação do desempenho comportamental de cada elastomassa. Entretanto, cabe destacar que as funções de monitoramento de tempo do MATLAB levam em conta toda e qualquer ação adicional realizada pelo computador. Logo, o período de tempo real despendido para a execução do programa seria menor.

A técnica de modelagem matemática caixa cinza, o discretizador ZOH, o estimador dos mínimos quadrados utilizados na realização deste trabalho, mostram-se interessantes uma vez que permite obter o modelo para elastomassas MEMS. Pode ser utilizada no setor de fabricação para verificar o desempenho de MEMS através de comparação por assinaturas, como também no setor de projeto para melhorar a qualidade das mesmas estruturas. Os resultados apresentados motivam a aplicação das outras técnicas que se encontram disponíveis na ciência da identificação, visando melhorar os resultados dos modelos estimados.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelas bolsas concedidas. AGUIRRE, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. 2ª. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2004.

FAIR, R. C. Evaluating the predictive accuracy of models. In: FAIR, R. C. Handbook of econometrics. Amsterdam: Elsevier Science, v. III, 1986. Cap. 33, p. 1980-1995.

LJUNG, L. System identification, Theory for the user. 2. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.

LIN, R. M.; WANG, W. J. Structural dynamics of microsystems - corrent state of research and future directions. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 20, p. 1015-1043, 2006.

SONG, M. T.; CAO, D. Q.; ZHU, W. D. Dynamic analysis of a micro-resonator driven by electrostatic combs. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, v. 16, n. 8, p. 3425-3442, ago.2011.

TANG, William C., NGUYEN, Tu-Cuong H. and HOWE, Roger T. 1989. Laterally driven polysilicon resonant microstructures. An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. A, 1989, Vols. 20-22, Proceedings Micro Electro Mechanical Systems, pp. 55-59.

TANG, William C., et al. 1990. Electrostatic-comb drive of lateral polysilicon resonators. Sensors and Actuators. 1990, Vols. A21-A23, pp. 328-331.