



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

## ABSTRAÇÃO E GENERALIZAÇÃO EM AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO<sup>1</sup>

**Emanuelli Bandeira<sup>2</sup>, Catia Maria Nehring<sup>3</sup>.**

<sup>1</sup> Dissertação de Mestrado em Educação nas Ciências, da Unijui

<sup>2</sup> Estudante do Curso de Mestrado em Educação nas Ciências da Unijui; emanuelli.b@hotmail.com

<sup>3</sup> Professora Doutora, do curso de Mestrado em Educação nas Ciências, Orientadora. catia@unijui.edu.br

### Resumo

O presente trabalho objetiva discutir a aprendizagem de conceitos estatísticos, com vistas ao desenvolvimento dos processos de abstração e generalização inerentes a elaboração do saber matemático. O estudo faz parte da dissertação de Mestrado em Educação nas Ciências, na qual foi desenvolvida uma pesquisa empírica com um grupo de interação envolvendo doze alunos voluntários com os quais foram realizados dez encontros. As atividades realizadas foram estruturadas a partir de investigações estatísticas. O entrelaçamento dos resultados empíricos com a discussão teórica trouxe à tona o potencial das atividades de cunho investigativo para a aprendizagem, bem como a importância do processo de abstração e generalização para o desenvolvimento de conceitos estatísticos.

**Palavras-chave:** Aprendizagem matemática; abstração; generalização.

### Introdução

A aprendizagem de estatística no ensino fundamental perpassa pela forma como esta vem sendo ensinada na escola. A utilização da estatística em projetos acaba enfocando muitas vezes somente a forma de representar dados, através de tabelas e gráficos, sem que sejam estabelecidos os significados necessários a elaboração dos conceitos. Isso ocorre, muitas vezes em decorrência da forma como os professores ensinam os conceitos estatísticos.

A aprendizagem de estatística foi escolhida como foco dessa investigação por considerarmos a necessidade de ensiná-la no ensino fundamental. Os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998)) destacam a importância de ensinar Estatística e Probabilidade já no terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, já que seu estudo

[...] justifica-se por possibilitar o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio para resolver determinadas situações problemas [...] nas quais é necessário coletar, organizar e apresentar dados, interpretar amostras, interpretar e comunicar resultados por meio da linguagem estatística (BRASIL, 1998, p.134).

Este documento trata a estatística juntamente com a probabilidade como um bloco de conteúdos e ressalta sua importância na formação crítica e humanística dos cidadãos, já que





**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

sua aprendizagem influencia nos modos de pensar dos alunos concebendo que a linguagem estatística faz parte do dia a dia da sociedade.

Para Batanero (2001, p.87) de nada adianta conhecer definições e cálculos estatísticos se não se sabe o problema relacionado a estes e nem mesmo sua influencia na tomada de decisões. A investigação estatística apresenta-se, portanto como uma importante alternativa para o ensino e aprendizagem destes conceitos. Segundo a autora uma investigação diz-se estatística se, na sua concretização, o aluno utiliza metodologias quantitativas, integrando a linguagem e os métodos estatísticos num processo mais global de investigação, ou seja, o ensino de estatística passa a assumir uma perspectiva de cenário investigativo, quando, no seu desenvolvimento os estudantes estiverem envolvidos na coleta, organização e registro de dados quantitativos.

Com uma aula baseada em investigações estatísticas o professor pode dar conta de romper com as rotinas centradas em procedimentos técnicos, e criar situações de aprendizagem nas quais os alunos serão envolvidos desde a realização da investigação até o desenvolvimento de generalizações de conceitos mobilizando assim funções psíquicas superiores.

Na pesquisa desenvolvida é explicitado questões relacionadas a aprendizagem da matemática através de atividades de investigação estatística, apontando, dentre outras questões o potencial de atividades de cunho investigativo para a aprendizagem dessa disciplina. Para este momento os resultados apresentados tentarão dar conta da discussão estabelecida nos processos de abstração e generalização na formação de conceitos estatísticos.

## **Metodologia**

Como o enfoque da presente pesquisa é na aprendizagem dos conceitos optamos por trabalhar com um grupo de interação composto por doze alunos voluntários com idade entre treze e quinze anos, estudantes da 8ª série do ensino fundamental. Foram realizados dez encontros em turno inverso ao horário de aula, no período de abril a junho de 2010. Nestes encontros foi priorizado o trabalho em grupo nos quais os alunos desenvolveram atividades de investigação estatística. Os encontros foram filmados e transcritos pela pesquisadora. As filmagens juntamente com os registros elaborados pelos alunos e o diário de bordo escrito pela pesquisadora constituem o material empírico da investigação. O nome dos alunos foram mantidos em sigilo. Para a apresentação do material empírico foi utilizado recortes das aulas denominados aqui de episódios, e dos registros dos alunos. Os recortes, são fragmentos da aula, recortados intencionalmente pela pesquisadora, considerando a problemática da pesquisa.

A dinâmica dos encontros se deu a partir de um projeto proposto por Batanero (2001) e utilizada posteriormente por Sousa (2002). A escolha do tema leva em consideração, a grande curiosidade existente por parte dos alunos desta faixa etária em relação ao seu corpo, considerando este tema motivador de discussões e que potentes em propiciar o envolvimento dos estudantes no processo investigativo.





**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

A proposição inicial da professora foi que os estudantes estabelecessem estratégias para criar um perfil característico do grupo que participava da pesquisa. Com os estudantes organizados em quatro grupos de três componentes, a discussão foi problematizada pelos questionamentos:

- Como podemos caracterizar os alunos da nossa turma?
- Supondo que temos que apresentar um perfil dos alunos da turma que participam da pesquisa. Como podemos nos organizar para apresentar este perfil?

Através dessa proposição os estudantes discutiram o que é um perfil, e como determiná-lo, partindo para a segunda etapa que foi a realização de uma entrevista para coleta de dados. Com os dados em mãos foi lançada a segunda etapa da investigação, a organização dos dados, com base em questões do tipo: Qual o valor máximo e o valor mínimo dos teus dados? Eles estão espalhados ou concentrados? Qual o valor mais freqüente nos teus dados? Qual o valor do meio? Calcula o valor médio dos teus dados. Como fizeram para encontrá-lo?

Na etapa seguinte, deveriam elaborar estratégias para representar os dados coletados e analisados anteriormente. Durante todo o desenvolvimento das atividades, diferentes questões inerentes aos conceitos estatísticos e matemáticos foram levantadas, e os encaminhamentos foram direcionados pela investigação dos alunos.

### **Resultados e Discussão**

Em uma atividade investigativa os estudantes não recebem orientações específicas do professor sobre quais os resultados deve obter, mas sim, é convidado a buscar estabelecer relações, pesquisar, inquirir, formular estratégias, discutir e apresentar os resultados possibilitando aos alunos compreender e vivenciar a matemática como um saber em constante construção e, portanto evoluem conjuntamente com a humanidade.

Devido as inúmeras aplicações em atividades contextualizadas, a estatística pode ser aplicada diretamente na realidade como a aritmética elementar considerando que não exige a utilização de técnicas matemáticas complicadas desde que seja trabalhada mediante uma metodologia heurística e ativa (BATANERO, 2001, p.118). Mas considerar a concreticidade da matemática não significa desconsiderar sua característica científica. A aprendizagem de matemática passa obrigatoriamente por abstrações e generalizações que possibilitam que os conceitos sejam estabelecidos sem a necessidade de uma representação concreta.

É importante considerar que a matemática exige graus de abstração e generalização, porém isso não significa dizer que o ensino deva ser iniciado com os conceitos em sua forma final, generalizada, mas sim, que é fundamental proporcionar situações que possibilitem a construção desses processos na aprendizagem.

Mesmo que um dos objetivos do ensino da Matemática seja trabalhar com modelos, fórmulas e algoritmos, essas estruturas não devem ser colocadas no plano inicial da aprendizagem, porque tais criações se constituem pela convergência de vários aspectos, que são objeto do trabalho didático. (PAIS, 2006, p.9)



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

Possibilitar que o aluno estabeleça generalizações pode fazê-lo perceber a importância da aprendizagem matemática pelo ato de fazer matemática, pensando e raciocinando matematicamente a partir de estratégias levantadas pelos próprios alunos.

Ao realizarem uma investigação sobre o cálculo do meio de um conjunto de dados um dos grupos, instigados pela professora, protagonizou uma discussão em torno do cálculo da mediana para qualquer conjunto número de dados pertencentes a um conjunto. A estratégia inicial do grupo foi a de realizar testes com conjuntos de dados contendo diferentes quantidades.

### Episódio 1

(351) A1: *No meu vai pulando um dá dois e outro um. E da com vírgula.*

(352) A2: *É aqui também, vamos colocar assim, na ordem, os teus, do A5 o nove e o dez. [...]*

(356) A2: *Começa você A1, dos que é menos, de três como deu?*

(357) A1: *Deu um só no meio né! No quatro deu dois, e no cinco deu um de novo!*

(359) A5: *Do seis deu dois, e do sete deu um, do oito dois denovo, vai sempre pulando.*

(360) A2: *Do nove um e dez dois, que já tinha de antes.*

(361) A5: *Agora bota o teu A2.*

(362) A2: *Sim, onze deu 1 e doze dois e treze deu um.*

(363) A1: *Então olha só! Eu acho que sempre vai pulando tem um ou dois. Não aumenta.*

(364) A2: *Claro né! Desconta em parzinho se sobrasse três teria mais um parzinho pra descontar.*

(365) A5: *É! Pior que é. (risos...)*

(366) A2: *Então vamos escrever que vai pulando para um dá dois e para outro da um, descontando nas pontas sobra dois ou sobra um.*

(367) A1: *Vai alternando.*

(368) A2: *Isso.*

O episódio aponta que no desenvolvimento da investigação o grupo percebe a existência de uma regularidade, as afirmações realizadas pelo aluno A2 nos turnos 364 e 366, dá indícios dos primeiros movimentos dos alunos em direção a um processo de abstração. Apesar de ainda estar utilizando um modo de pensar totalmente vinculado a representações concretas, no caso os diferentes conjuntos de dados, consegue perceber que para qualquer que seja o número de dados pertencentes ao conjunto, nunca haverá três valores centrais, e sim apenas um ou dois.

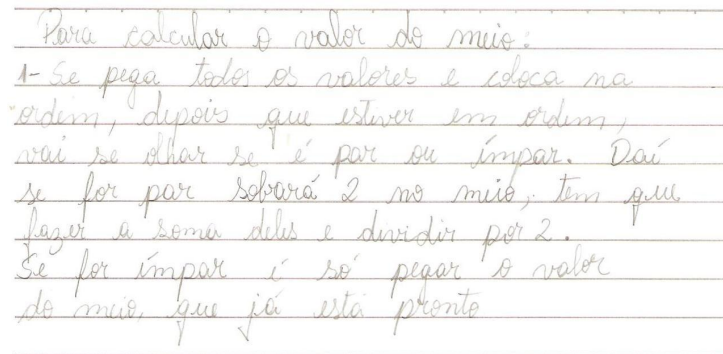
A matemática é vista e definida por muitos como a ciência dos padrões. Para Davis e Hersh (1995) o estabelecimento de padrões, constituem a essência de todo o trabalho em matemática. O ato de generalizar se caracteriza por uma melhor compreensão do que se estuda ou analisa, sendo, portanto um importante aspecto na aprendizagem de matemática. Vigotski (2001, p.292) afirma que “[...] generalização significa ao mesmo tempo tomada de consciência e sistematização de conceitos”.

Este primeiro movimento em direção ao ato de generalizar não significa evidentemente o final do desenvolvimento da aprendizagem, mas sim meios que podem possibilitar o estabelecimento gradativo de percepções e estruturas cada vez mais complexas e significativas, fundamentais para o desenvolvimento da aprendizagem. A continuação da investigação pelo grupo demonstra a evolução desse processo em direção a uma conceitualização.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

Após terem realizado os primeiros registros, o grupo buscou perceber na regularidade percebida outras formas de registro, como demonstra o recorte abaixo:



Para calcular o valor de meio:  
1- Se pega todos os valores e coloca na ordem, depois que estiver em ordem, vai se olhar se é par ou ímpar. Daí se for par sobará 2 no meio, tem que fazer a soma deles e dividir por 2. Se for ímpar é só pegar o valor do meio que já está pronto

Figura 1 – Recorte da folha de registro da atividade do Grupo 1 a qual apresenta a sistematização da atividade registrada pelo grupo.

A análise do registro dos alunos nos deixa clara a percepção de que evoluir gradativamente em direção a conceituação, através de representações que transitam entre concreto e abstrato possibilitando a ação sobre um concreto mais complexo relacionados dentro de diferentes sistemas de abstrações.

A movimentação entre representações concretas e outras mais abstratas possibilita o desenvolvimento da aprendizagem. Para Pais “[...] não se deve optar por um predomínio material ou abstrato, e sim procurar fazer articulações desses dois aspectos.” (2006, p.147). A atividade proposta instigou a criatividade dos alunos, e os estimulou a realizar testes efetuar conjecturas, mas neste momento chamamos especial atenção a realização do registro. O valor do meio do conjunto de dados que o grupo estava calculando deixou de ser o principal foco da atividade, ficando em segundo plano se considerarmos as aprendizagens matemáticas possibilitadas ao utilizar-se da riqueza dos atos de abstração e generalidade mobilizadas.

O desenvolvimento desse pensamento generalizante abre possibilidades para um tipo de pensamento desvinculado dos objetos concretos e das experiências práticas do aluno, abstraído no contexto real caracterizando uma atitude mediada em relação aos objetos concretos, constituindo sistemas conceituais de generalização de conceitos. Nesta perspectiva o desenvolvimento da aprendizagem de matemática pelo ato de fazer e testar matemática.

### Conclusões

Os episódios selecionados apresentam os alunos em uma atividade de investigação estatística no momento em que estes estavam a negociar diferentes formas de representação das suas concepções sobre o valor do meio de um conjunto de dados. A movimentação dos alunos entre diferentes formas de representação, concreta ou abstrata, possibilita o desenvolvimento de aprendizagens matemáticas.



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** 2011 JP - XVI Jornada de Pesquisa

A busca por um padrão levou o grupo a desenvolver um importante movimento em relação ao ato de generalizar. Pode-se perceber que a realização de atividades que possibilitem a percepção e a construção dos alunos diante de características intrínsecas da matemática permite que estes desenvolvam aprendizagens significativas, que podem mobilizar diferentes modos de pensar. Para Pais (2006 p. 136) “Por mais simples que possa parecer, a descoberta de uma solução, desde que ela seja produzida pelo aluno, representa a origem de motivação para novas aprendizagens”. Aprendizagens estas que podem representar a expansão do conhecimento dos alunos.

Acreditamos com isso, que a realização de atividades de investigação estatística, podem servir como alternativa para romper com paradigmas existentes quanto ao ensino e a aprendizagem de estatística e de matemática, desde que, as atividades sejam planejadas e tomadas precauções na perspectiva do tratamento dado a estatística no sentido de compreende-la como potencial no desenvolvimento de conceitos e aprendizagens, considerando que no ensino o professor pode considerar o estatuto da matemática como uma ciência abstrata podendo partir de situações contextualizadas que levem os alunos a formular questões, elaborar e testar estratégias, mas que obrigatoriamente possibilitem o desenvolvimento de processos superiores de abstração e generalização.

### Referências

- BATANERO, Carmen . *Didáctica de la estadística*. Granada: GEEUG, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Fundamental - 3º e 4º Ciclos*. Brasília, 1998.
- DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. *A experiência matemática*. Tradução de João Bosco Pitombeira. 2.ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- SOUSA, Olívia de. Investigações estatísticas no 6º ano. In: GTI (Org.), **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, pp. 75-97, 2002. Disponível em [www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/sousa%2002.pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/sousa%2002.pdf). Visualizado em 30 Agosto de 2011.
- VIGOTSKI, L. V.. *A Construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.