

FUNÇÕES QUADRÁTICAS: A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DO LANÇAMENTO DE FOGUETES

Categoria: Ensino Médio

Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras disciplinas

TUZZIN, Fernanda, **PINHEIRO**, Micael Gomes **MAROSTEGA**, João Sidinei, **FRAMARIN**, Eliana

Escola Estadual de Educação Básica Yeté – Tuparendi -RS

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática, sobretudo das equações quadráticas, muitas vezes se apresenta de forma abstrata, dificultando sua compreensão e aplicação pelos estudantes. Diante desse cenário, surge a proposta do projeto de lançamento de foguetes de garrafa PET, que busca aproximar teoria e prática por meio de uma abordagem interdisciplinar. O projeto integra conteúdos de Matemática, Física e Química, permitindo aos alunos explorar fenômenos como o movimento parabólico, pressão e reações gasosas. Por meio da experimentação, os estudantes vivenciam conceitos matemáticos na prática, como a construção de gráficos e a formulação de equações baseadas em dados reais. Além disso, são incentivados a comparar resultados teóricos com medições empíricas, reconhecendo as limitações dos modelos idealizados. A Física contribui com conceitos como a Terceira Lei de Newton, conservação do movimento e vetores. Já a Química entra com a análise da compressão de gases, pressão interna e liberação de energia. O projeto visa desenvolver competências analíticas, investigativas e reflexivas, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Aplicar os conhecimentos sobre equações quadráticas no estudo do lançamento de foguetes de garrafa, explorando a interdisciplinaridade entre Matemática, Física e Química.

Objetivos Específicos



VI Feira Estadual de MATEMÁTICA

DO RIO GRANDE DO SUL



26/09/2025

Unijui Campus Santa Rosa

Apoio: Patrocínio:



Realização:



- ✓ Compreender o conceito e a representação gráfica das funções quadráticas.
- ✓ Analisar o movimento parabólico de um corpo lançado obliquamente.
- ✓ Estimular a aplicação prática de conteúdos matemáticos em situações reais.
- ✓ Promover o trabalho em equipe e o desenvolvimento de habilidades investigativas.

DESENVOLVIMENTO

Fundamentação Teórica

Matemática: Função Quadrática

A equação do segundo grau, ou função quadrática, é expressa por: $y = ax^2 + bx + c$, o gráfico da função no plano cartesiano é representado por uma parábola, podendo essa ser com concavidade voltada para baixo ou voltada para cima, no contexto do lançamento de um foguete, o movimento vertical segue uma trajetória parabólica, cuja altura $h(t)$ em função do tempo pode ser modelada por:

$$h(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \cdot \sin(\theta) \cdot t + h_0$$

Onde:

$h(t)$ = altura em metros no tempo t (segundos)

g = aceleração da gravidade (aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$)

v_0 = velocidade inicial do foguete

θ = ângulo de lançamento

h_0 = altura inicial (no caso dos foguetes de garrafa, geralmente $h=0$)

A curva resultante é uma parábola, típica das funções do segundo grau, no seu comportamento podemos observar os a variação dos elementos da função quadrática de maneira empírica, podendo analisar as variações dos coeficientes “a”, “b” e “c”, e quais as suas implicações na variação do lançamento do foguete.

| Coeficiente | Significado físico no lançamento | Influência no gráfico |
|-------------|--|---|
| a | Relacionado à gravidade (valor negativo) | Define a curvatura da parábola (mais negativo = mais “fechada”) |
| b | Velocidade inicial de lançamento | Determina a altura máxima e o tempo até o vértice |
| c | Altura inicial do foguete | Intercepta o eixo y (normalmente 0) |

Física: Movimento de Projéteis

O lançamento dos foguetes de garrafa envolve conceitos de movimento uniformemente variado, forças, pressão e energia. A análise do alcance máximo, tempo de voo e altura máxima do foguete depende da decomposição dos vetores de velocidade e da aplicação das leis da cinemática.



VI Feira Estadual de MATEMÁTICA

DO RIO GRANDE DO SUL



26/09/2025

Unijui Campus Santa Rosa

Apoio: Patrocínio:

Unijui Stara CRESOL Cotriosa

Realização:

FEIRAS DE MATEMÁTICA DO ESTADO
Amanhã MATEMÁTICA UNIJUI
OBJETIVOS SUSTENTÁVEIS
UNIJUI

Química: Pressão e Transformação de Energia

O princípio de funcionamento do foguete de garrafa baseia-se na terceira lei de Newton dizemos que a força que um corpo A faz sobre um corpo B ($F_{A,B}$) é igual em intensidade à força que o corpo B faz sobre o corpo A ($F_{B,A}$), no entanto, como as duas forças atuam na mesma direção, mas em sentidos opostos, os seus sinais são diferentes:

$$\overrightarrow{F_{A,B}} = -\overrightarrow{F_{B,A}}$$

$F_{A,B}$ = Força que o corpo A faz em B

$F_{B,A}$ = Força que o corpo B faz em A

Nesse momento acontece a transformação da energia potencial do ar comprimido em energia cinética. A pressão interna é gerada ao introduzir ar em uma garrafa parcialmente preenchida com água. Ao liberar o sistema, o ar comprimido empurra a água, resultando na propulsão do foguete.

Os alunos também tiveram conceitos de reações químicas envolvendo as reações entre bicarbonato de sódio e vinagre branco, onde a principal reação química envolvida é $\text{NaHCO}_3\text{ (s)} + \text{CH}_3\text{COOH}\text{ (aq)} \rightarrow \text{CH}_3\text{COONa}\text{ (aq)} + \text{H}_2\text{O}\text{ (l)} + \text{CO}_2\text{ (g)}$.

Etapa 2: Construção dos Foguetes

Nesta etapa de construção foi utilizada garrafas PET de 2 litros, fita isolante, e papelão, na construção da base de lançamento foi utilizada válvula de bicicleta adaptada, cano de PVC 20 mm, cano de PVC 40 mm, tampão, abraçadeira de nylon, abraçadeira de ferro.



Figura 2 Material utilizados na construção da base - Fonte Autor

Etapa 3: Análise Matemática

Nessa etapa do projeto os alunos utilizaram os conceitos matemáticos, objetivando modelar a trajetória do foguete, identificando a altura, distância e tempo de duração do voo, aqui os conceitos matemáticos seriam testados através do cálculo matemático, os quais seriam comparados com os resultados vistos na atividade prática, abaixo a criação de um modelo matemático utilizados pelos alunos que seriam testados.



Figura 1 Forças agindo sobre o foguete no lançamento - Fonte: Autor



VI Feira Estadual de MATEMÁTICA

DO RIO GRANDE DO SUL



26/09/2025

Unijui Campus Santa Rosa

Apoio: Patrocínio:

Stara CRESOL Cotriosa

Realização:

Amanhã FEIRAS DE MATEMÁTICA M Unijui e matemática OBETIVOS SUSTENTÁVEIS UNIJUI

Estimando a velocidade inicial (v_0)

O trabalho da pressão se converte em energia cinética no lançamento:

$$W = P \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Assumindo que toda a energia da expansão do ar comprimido vira energia cinética da massa do foguete

Pressão (em Pascal):

$$P = 10 \text{ psi} = 68,950 \text{ Pa}$$

Volume de ar comprimido aproximado: 1,5 L = **0,0015 m³** (volume da garrafa – água)

$$W = P \cdot V = 68,950 * 0,0015 \approx 103,4 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = 103,4 \rightarrow v_0^2 = \frac{206,8}{0,55} \approx 376 \rightarrow v_0 \approx \sqrt{376} \approx 19,4 \text{ m/s}$$

Componentes da velocidade

Lançamento a 45°:

$$v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cdot \cos(45^\circ) = 19,4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 13,7 \text{ m/s}$$

Equação da altura (função do tempo)

A equação da posição vertical no tempo t é uma função quadrática:

$$h(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0x} \cdot t$$

Substituindo:

$$h(t) = -4,9 t^2 + 13,7 t$$

Essa é a equação quadrática que modela a **altura em função do tempo**.

Altura máxima (vértice da parábola)

O tempo para atingir a altura máxima:

$$t_{max} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{13,7}{9,8} \approx 1,4 \text{ s}$$

Altura máxima:

$$h_{max} = h(1,4) = -4,9 \cdot (1,4)^2 + 13,7 \cdot 1,4 \approx -9,6 + 19,2 = 9,6 \text{ m}$$

Tempo total de voo

Como o movimento é simétrico (sobe e desce com mesma velocidade):

$$t_{total} = 2 \cdot t_{max} = 2,8 \text{ s}$$

Alcance horizontal

$$Alcance = v_{0x} \cdot t_{total} = 13,7 \cdot 2,8 \approx 38,4 \text{ m}$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Discussões Propostas

- ✓ Como o valor de “a” afeta a curvatura da parábola?
 - ✓ O que ocorre com o tempo e a altura máxima se aumentarmos a pressão do lançamento?
 - ✓ O que representa o vértice na trajetória do foguete
 - ✓ Como o tempo total de voo se relaciona com a velocidade inicial do foguete?
 - ✓ A trajetória do foguete pode ser alterada pela inclinação do lançamento? Como isso afetaria a equação?
 - ✓ A função quadrática representa bem a realidade? Por quê?
 - ✓ Que limitações o modelo matemático possui em relação ao experimento real?
 - ✓ Utilizar o tempo e a altura máxima para estimar uma função quadrática real.

VERIFICANDO OS DADOS NO LANÇAMENTO DO FOGUETE (pratica)



Figura 4 Trajetória do Foguete
Fonte: Autor



Figura 3 Distancia do Voo
Fonte: Google Maps

Tendo em base os valores referentes a distância atingida e a altura dos foguetes os alunos, montaram a equação quadrática, com o objetivo de validar os cálculos realizados antes do experimento e a trajetória real da parábola.

Dados Reais:

Altura máxima: $h_{\max} = 15 \text{ m}$

Distância total (alcance horizontal): $d = 60,55\text{ m}$

Passo 1: Determinar o vértice da parábola

O ponto mais alto da trajetória (vértice) acontece exatamente no meio da distância:



VI Feira Estadual de MATEMÁTICA

DO RIO GRANDE DO SUL



26/09/2025

Unijui Campus Santa Rosa

Apoio: Patrocínio:

Stara Educação Contente CRESOL Cotriosa

Realização:

Amanhã FEIRAS DE MATEMÁTICA M Unijui e matemática OBETIVOS SUSTENTÁVEIS Unijui

$$h = \frac{d}{2} \rightarrow \frac{60,55}{2} = 30,275 \text{ m}$$

Portanto, o vértice da parábola é:

$$(h, k) = (30,275 ; 15)$$

Montar a equação na forma canônica

A forma canônica é:

$$y(x) = -a(x - h)^2 + k$$

Substituindo:

$$y(x) = -a(x - 30,275)^2 + 15$$

Agora vamos usar o ponto inicial da trajetória para descobrir o valor de a. Sabemos que quando $x=0, y=0$

$$\begin{aligned} 0 &= -a(0 - 30,275)^2 + 15 \\ -a(916,578) + 15 &= 0 \\ -a &= \frac{15}{916,578} \approx 0,01637 \end{aligned}$$

Usamos a forma canônica para modelar a equação da trajetória

$$\begin{aligned} y(x) &= -a(x - h)^2 + k \\ y(x) &= -a(x - 30,275)^2 + 15 \\ y(x) &= -0,01637(x^2 - 60,55x + 916,578) + 15 \\ y(x) &= -0,01637x^2 + 0,991x - 15 + 15 \\ y(x) &= -0,01637x^2 + 0,991x \end{aligned}$$

Conclusões Observadas

| Ângulo da base | O que acontece | Como afeta o “a” da parábola |
|--------------------------------------|---|--|
| Muito reto ($< 45^\circ$) | O foguete sobe para cima e cai perto de onde saiu | A parábola é bem fechada, o “a” tem valor grande (em módulo) |
| Inclinado ($\sim 45^\circ$) | O foguete sobe e avança bem longe | A parábola é mais aberta, o “a” tem valor menor (em módulo) |
| Muito baixo ($> 45^\circ$ ou menos) | O foguete mal sobe, faz um voo “rasante” | A parábola é quase reta, o “a” é bem pequeno |

CONCLUSÃO



VI Feira Estadual de MATEMÁTICA DO RIO GRANDE DO SUL



26/09/2025

Unijui Campus
Santa Rosa

Apoio: Patrocínio:

Unijui Stara CRESOL Cotriosa

Realização:

FEIRAS DE MATEMÁTICA
ESTADUAL
MATEMÁTICA
Unijui
OBRITIVOS
SUSTENTAVEL
Unijui

A realização deste projeto mostrou, na prática, como atividades experimentais podem enriquecer o ensino da Matemática, tornando mais acessível e interessante o estudo das equações quadráticas, destacou o papel da modelagem matemática como ferramenta essencial para compreender a relação entre o lançamento de foguetes e as funções quadráticas. Os alunos puderam associar variáveis físicas como pressão, massa de água, ângulo e velocidade inicial aos coeficientes da equação do segundo grau que representa a trajetória parabólica do foguete. A modelagem permitiu analisar, de forma quantitativa, o alcance, a altura máxima e o tempo de voo, além de evidenciar os limites entre o modelo ideal e a realidade prática. Além do aprendizado conceitual, essa proposta contribuiu para o desenvolvimento de habilidades científicas importantes, como o trabalho em grupo, a formulação de hipóteses, a coleta e análise de dados e a comunicação de resultados. Tudo isso favorece uma formação mais completa, que valoriza tanto o conhecimento técnico quanto o pensamento crítico e criativo. Essa abordagem integrou conhecimentos de Matemática, Física e Química, tornando o ensino mais significativo, estimulando o pensamento crítico e fortalecendo o protagonismo dos estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. São Paulo: Ática, 2012.

RAMALHO, Fernando; FERRARO, Paulo; SOARES, Newton. Física: Volume Único. São Paulo: Moderna, 2010.

FELTRE, Ricardo. Química: Volume Único. São Paulo: Moderna, 2004.

SILVA, Nelson; SOUZA, João. Foguetes de Garrafa: Uma Abordagem Interdisciplinar. Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, v. 5, n. 2, 2019.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de Física: Mecânica. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

Dados para contato:

Expositor: fernanda-tuzzin@estudante.rs.gov.br;

Expositor: e-mail: micael-gpinheiro@estudante.rs.gov.br

Professor Orientador: João Sidinei Marostega; **e-mail:** jsmarostega@yahoo.com.br;

Professor Co-orientador: Eliana Framarin; **e-mail:** eliana-framarin@educar.rs.gov.br