



TORRE DE HANÓI: INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS

Categoria: Ensino Fundamental – Anos Finais

Modalidade: Materiais Instrucionais e/ou Jogos Didáticos

BELLÉ, Ana Luiza Bonfada; COSTA, João Mantovani da; KERN, Cristiane Raquel Kern.

Instituição participante: Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena – Panambi/RS

INTRODUÇÃO

Vivemos em um mundo conectado com a tecnologia, onde existem informações o tempo inteiro, diversos conteúdos na palma de nossas mãos para acessarmos quando e onde quisermos. Momentos atuais que nos dão a possibilidade de um trabalho diferente, que combina aulas presenciais ou remotas e atividades utilizando as tecnologias digitais da informação e comunicação.

Além das tecnologias digitais, o uso de materiais manipuláveis também são um recurso didático importante para o professor de matemática em sala de aula. Com uso destes materiais, as aulas podem se tornar mais atraentes, dinâmicas e podem tornar a compreensão do assunto estudado mais fácil. Conforme Lorenzatto (*apud* RODRIGUES e GAZIRE 2012, p 191) os materiais didáticos podem desempenhar várias funções, dependendo dos objetivos que se tem: apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a descoberta.

Além de levar o material pronto para sala de aula e fazer uso deste em diversas situações de aprendizagem, podemos pensar em desenvolver o material, incentivando sua construção, explorando assim, diferentes temas da matemática. A construção do material que será usado desenvolve nos alunos a lógica da sequência, o cuidado com o material, o uso de régua, do traçado, a familiarização com nomenclaturas. Conforme Rodrigues e Gazire (2012, p. 192), para que “o professor garanta maior aprendizado por parte do aluno é importante que este participe da construção do material manipulável”.



Na construção do próprio material a ser utilizado nas aulas o aluno dará mais importância ao estudo, desenvolvendo nele ainda a construção de sua autonomia para criar e investigar situações. Conforme Maldaner (2011, p.46),

não basta apenas desejar que nosso aluno tenha autonomia. Conforme Freire (1995, p.67), “saber que devo respeito à autonomia do educando exige de mim uma prática em tudo coerente com esse saber”. Ou seja, é preciso desencadear um processo de aprendizagem que permita efetivamente a sua construção.

Logo, um dos desafios para fazer o aluno desenvolver habilidades para sua autonomia e desenvolver então o raciocínio lógico é a escolha do material e atividade que será utilizado no desenvolvimento da aula.

Portanto, o trabalho com a construção de um material manipulável juntamente com a pesquisa e a investigação trazem muitos benefícios aos alunos percebendo que “a forma como as atividades envolvendo materiais manipulativos são trabalhadas em aula é decisiva para que eles auxiliem os alunos a aprender matemática” (GONÇALVES, BASSO, LUCERO, 2016, p.14).

Pensando em desafiar e construir um material manipulativo, este trabalho foi desenvolvido com as quatro turmas dos anos finais do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena, município de Panambi/RS, no ano de 2020 durante as aulas remotas devido a pandemia do Covid-19, sendo que aqui está sendo representado pela turma do 7º ano. Com cada turma trabalhou-se dentro do conhecimento do ano, tendo como objetivos:

- ✓ Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a atenção;
- ✓ Utilizar a régua na construção do próprio material;
- ✓ Realizar cálculos de área e perímetro;
- ✓ Buscar estratégias de resolução e explicação expondo as ideias pensadas para o jogo.

Como problema de pesquisa questiona-se: quais são as estratégias utilizadas pelos alunos no jogo Torre de Hanoi para desenvolver jogadas com a menor quantidade de movimentos possíveis?

CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

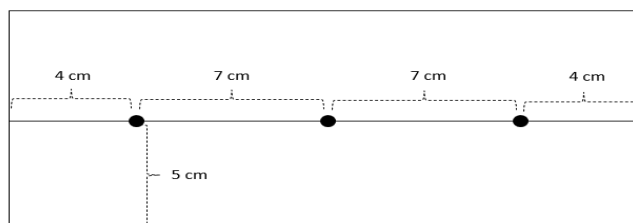
Para a realização deste trabalho, como as aulas aconteciam de forma remota, foi elaborado um material no qual estava descrito a Lenda da Torre de Hanói e as regras do jogo.



Além disso, solicitou-se nesse material que os alunos deveriam realizar a construção do jogo em casa com materiais alternativos que tivessem disponíveis.

Na realização da construção do jogo os alunos deveriam utilizar régua e materiais diversos e seguir as medidas disponibilizadas no material, conforme o desenho abaixo:

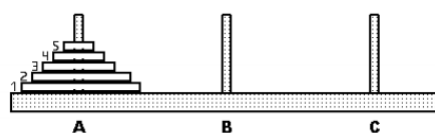
Figura 1: Medidas para confecção da base do jogo



Fonte: os autores (2021)

A imagem acima representa a base do jogo, no qual são fixadas 3 hastes as quais são nomeadas pelas letras A, B e C. A base do jogo ficará conforme a imagem abaixo:

Figura 2: Modelo da estrutura da Torre de Hanoi



Fonte: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/>

Já para as peças móveis, ao invés de serem circulares como normalmente conhecemos, foi solicitado que os alunos construíssem cinco figuras quadradas seguindo as seguintes medidas:

- Quadrado 1: 2cm x 2cm
- Quadrado 2: 3 cm x 3 cm
- Quadrado 3: 4cm x 4cm
- Quadrado 4: 5cm x 5cm
- Quadrado 5: 6 cm x 6 cm

Após a construção do material os alunos precisaram calcular a área de papel utilizada para a construção do material e também o perímetro de cada figura. Além disso, após o jogo estar pronto os alunos precisaram entender as regras e iniciar as jogadas, primeiramente aprendendo a jogar e posteriormente, deveriam realizar a contagem das jogadas. As regras disponibilizadas foram as seguintes:

No começo do jogo os discos estão todos colocados na haste A, em ordem decrescente de tamanho, com o menor disco acima de todos. O objetivo é mover todos os discos, de A para C, obedecendo às seguintes regras:



- 1) Somente um disco pode ser posto de cada vez.
 - 2) Um disco maior nunca pode ser posto sobre um disco menor.
 - 3) O jogador que passar todas as peças com a menor quantidade de movimentos vence!
- Em seguida, precisaram realizar algumas observações e anotações quanto ao jogo, tais

como:

- 1) Comece jogando com apenas uma peça. Quantos movimentos são necessários para passar a peça da haste A para a haste C?
- 2) Jogando com duas peças, quantos movimentos são necessários para passar as peças da haste A para a haste C?
- 3) Jogando com três peças, quantos movimentos são necessários para passar as peças da haste A para a haste C?
- 4) Qual a menor quantidade de movimentos que conseguiram fazer para passar todas as peças (as 5 peças) para a haste C?
- 5) Analisando o que você fez nas atividades 1, 2, 3 e 4, preencha a tabela abaixo com a quantidade de jogadas de cada peça (enumere as peças de 1 a 5 (da menor para a maior, sendo a menor 1 e a maior 5):

Tabela 1: Relação peças e número de movimento com cada peça

Quantidade de discos das torres	Quantidade de movimentos de cada peça					Total de movimentos
	pç 1	pç 2	pç 3	pç 4	pç 5	
1	1	0	0	0	0	1
2						
3						
4						
5						

Fonte: os autores (2021)

- 6) Existe alguma relação matemática entre o número mínimo de jogadas necessárias para transportar uma torre, e o número necessário para transportar a torre acrescida de uma peça?
- 7) Existe alguma relação entre estes números e o que ocorre no jogo?
- 8) Você utiliza alguma ideia matemática para escolher suas jogadas (uma lei)? Em caso afirmativo, qual, ou quais?
- 9) Você saberia informar qual o número mínimo de movimentos será necessário utilizando 6, 7 e 8 peças? Como você pensou?
- 10) Descreva a estratégia utilizada por você para passar todas as peças de uma haste para a outra.



11) E por fim, gravar um vídeo explicando as estratégias utilizadas.

Ao realizar estas atividades, percebeu-se com esta sequência sobre o quebra-cabeça Torre de Hanói que os alunos envolveram toda a família para a confecção e aprender o jogo, inclusive fazendo competição em casa. A foto abaixo representa o jogo confeccionado por um dos alunos.

Figura 3: Torre de Hanoi confeccionada por aluno



Fonte: os autores (2021)

Através deste jogo, estimularam e aprimoraram o raciocínio lógico encontrando as mais diversas estratégias para conseguir realizar as jogadas na menor quantidade de movimentos possíveis. Foi um jogo que envolveu muitas estratégias. Nas turmas do oitavo e nono anos estimulou-se a sequência de jogadas, fazendo com que os alunos percebessem relação entre as peças e o número de jogadas, trabalhando com eles a ideia de sequência. Todos os alunos se envolveram e gravaram vídeo de suas jogadas, alguns vídeos com explicações bem simples, outros com um raciocínio muito avançado.

No ano de 2021, ao voltar às aulas presenciais, retomou-se o jogo com a turma do 7º ano, no momento que se trabalhou sequências numéricas. Instigou-se os alunos a encontrarem uma lei que serviria para qualquer quantidade de peças para descobrir a quantidade mínima de movimentos. Como em sua lei de formação envolve potência de base dois, demorou um pouco até descobrirem, porém, realizando questionamentos surgiu a resposta esperada.

CONCLUSÕES

A atividade proposta foi um tanto desafiadora. Instigou a participação da família na confecção e na aprendizagem do jogo. Alunos e suas famílias realizaram competição para verificar quem realizava o objetivo do jogo com a menor quantidade de movimentos.

Relacionado ao problema de pesquisa, as estratégias foram várias. Alguns alunos não souberam expor suas conclusões, porém mentalizaram a forma de chegar no objetivo. Uma



aluna do 6º ano foi destaque em suas explicações sobre suas estratégias. Esta aluna, mesmo sem ter acesso à internet em casa para pesquisa, soube compreender as regras do jogo e desenvolveu um raciocínio lógico muito interessante para ser utilizado com qualquer quantidade de peças no jogo.

Percebeu-se que os adolescentes gostam de ser desafiados e a partir desse desafio conseguiu-se trabalhar a matemática de forma interessante e atrativa. Todos os objetivos propostos nesta atividade foram alcançados. Nas turmas do 8º e 9º ano estes objetivos, principalmente o de buscar estratégias de resolução e explicação foram mais cobrados em relação à chegar a uma lei de formação, analisando a sequência de movimentos conforme a quantidade de peças. Neste sentido, não foi fácil para a maioria dos alunos descobrir esta lei. De repente, realizando este trabalho presencialmente facilitaria o questionamento e o desenvolvimento de uma função, assim como facilitou o trabalho com a turma do 7º ano em 2021.

Por fim, foi uma atividade muito interessante de ser realizada podendo ser aplicada em qualquer turma, pensando sempre no grau de conhecimento dos alunos.

REFERÊNCIAS

GONÇALVES, Fernanda Anaia; BASSO, Mila Taunay Perez; LUCERO, Rosemeire Nunes. **Materiais manipulativos para o ensino de sólidos geométricos**. Porto Alegre: Penso, 2016. (Coleção Mathemoteca; v.5)

MALDANER, Anastácia. **Educação Matemática: fundamentos teóricos-práticos para professores dos anos iniciais**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação à reflexão**. Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n.2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/1981-1322.2012v7n2p187/23460/90044> .Acesso em: 26 de março de 2021.

Torre de Hanoi. Blog da Psicologia da Educação. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/> Acesso em: 10 de set. de 2021.

Trabalho desenvolvido com a turma do 7º ano, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena – Panambi/RS, pelos alunos: Ana Luiza Bonfada Bellé; Caroline Moraes Cavalheiro; Cristian André Janke Springer; Felipe Zimmermann; Gustavo Alex Strücker; Igor Felipe Fidencio Vollmer; João Mantovani Da Costa; Joaquim Ismael Zimmermann; Kássia Valeski De

MATEMÁTICA

ONLINE

4 e 5 DE NOVEMBRO DE 2021
NO YOUTUBE DA UNIJUÍ



Paula; Kevin Mateus Leal; Leonardo Wegner; Pedro Henrique Alves Schüler; Pedro Krambeck
Alles; Sabrina Widthauer Silva Da Rocha.

Dados para contato:

Expositor: Ana Luiza Bonfada Bellé; **e-mail:** 2019emefmadalena@gmail.com;

Expositor: João Mantovani da Costa; **e-mail:** 2019emefmadalena@gmail.com;

Professor Orientador: Cristiane Raquel Kern; **e-mail:** cristianerkern@gmail.com;