



## **TORRE DE HANÓI: INVESTIGANDO ESTRATÉGIAS**

Categoria: Ensino Fundamental – Anos Finais

Modalidade: Materiais Instrucionais e/ou Jogos Didáticos

**BELLÉ, Ana Luiza Bonfada; COSTA, João Mantovani da; KERN, Cristiane Raquel Kern.**

**Instituição participante: Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena – Panambi/RS**

### **INTRODUÇÃO**

Vivemos em um mundo conectado com a tecnologia, onde existem informações o tempo inteiro, diversos conteúdos na palma de nossas mãos para acessarmos quando e onde quisermos. Momentos atuais que nos dão a possibilidade de um trabalho diferente, que combina aulas presenciais ou remotas e atividades utilizando as tecnologias digitais da informação e comunicação.

Além das tecnologias digitais, o uso de materiais manipuláveis também são um recurso didático importante para o professor de matemática em sala de aula. Com uso destes materiais, as aulas podem se tornar mais atraentes, dinâmicas e podem tornar a compreensão do assunto estudado mais fácil. Conforme Lorenzatto (*apud* RODRIGUES e GAZIRE 2012, p 191) os materiais didáticos podem desempenhar várias funções, dependendo dos objetivos que se tem: apresentar um assunto, motivar os alunos, auxiliar a memorização de resultados e facilitar a descoberta.

Além de levar o material pronto para sala de aula e fazer uso deste em diversas situações de aprendizagem, podemos pensar em desenvolver o material, incentivando sua construção, explorando assim, diferentes temas da matemática. A construção do material que será usado desenvolve nos alunos a lógica da sequência, o cuidado com o material, o uso de régua, do traçado, a familiarização com nomenclaturas. Conforme Rodrigues e Gazire (2012, p. 192), para que “o professor garanta maior aprendizado por parte do aluno é importante que este participe da construção do material manipulável”.



Na construção do próprio material a ser utilizado nas aulas o aluno dará mais importância ao estudo, desenvolvendo nele ainda a construção de sua autonomia para criar e investigar situações. Conforme Maldaner (2011, p.46),

não basta apenas desejar que nosso aluno tenha autonomia. Conforme Freire (1995, p.67), “saber que devo respeito à autonomia do educando exige de mim uma prática em tudo coerente com esse saber”. Ou seja, é preciso desencadear um processo de aprendizagem que permita efetivamente a sua construção.

Logo, um dos desafios para fazer o aluno desenvolver habilidades para sua autonomia e desenvolver então o raciocínio lógico é a escolha do material e atividade que será utilizado no desenvolvimento da aula.

Portanto, o trabalho com a construção de um material manipulável juntamente com a pesquisa e a investigação trazem muitos benefícios aos alunos percebendo que “a forma como as atividades envolvendo materiais manipulativos são trabalhadas em aula é decisiva para que eles auxiliem os alunos a aprender matemática” (GONÇALVES, BASSO, LUCERO, 2016, p.14).

Pensando em desafiar e construir um material manipulativo, este trabalho foi desenvolvido com as quatro turmas dos anos finais do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena, município de Panambi/RS, no ano de 2020 durante as aulas remotas devido a pandemia do Covid-19, sendo que aqui está sendo representado pela turma do 7º ano. Com cada turma trabalhou-se dentro do conhecimento do ano, tendo como objetivos:

- ✓ Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a atenção;
- ✓ Utilizar a régua na construção do próprio material;
- ✓ Realizar cálculos de área e perímetro;
- ✓ Buscar estratégias de resolução e explicação expondo as ideias pensadas para o jogo.

Como problema de pesquisa questiona-se: quais são as estratégias utilizadas pelos alunos no jogo Torre de Hanoi para desenvolver jogadas com a menor quantidade de movimentos possíveis?

## **CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO**

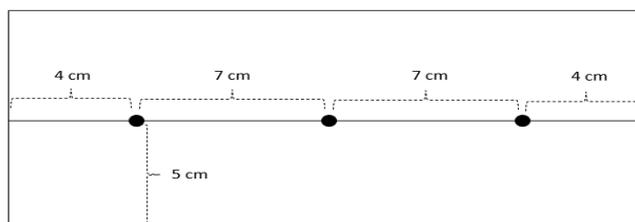
Para a realização deste trabalho, como as aulas aconteciam de forma remota, foi elaborado um material no qual estava descrito a Lenda da Torre de Hanói e as regras do jogo.



Além disso, solicitou-se nesse material que os alunos deveriam realizar a construção do jogo em casa com materiais alternativos que tivessem disponíveis.

Na realização da construção do jogo os alunos deveriam utilizar régua e materiais diversos e seguir as medidas disponibilizadas no material, conforme o desenho abaixo:

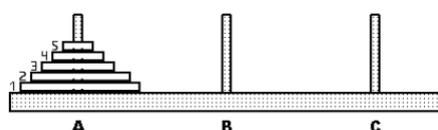
**Figura 1: Medidas para confecção da base do jogo**



Fonte: os autores (2021)

A imagem acima representa a base do jogo, no qual são fixadas 3 hastes as quais são nomeadas pelas letras A, B e C. A base do jogo ficará conforme a imagem abaixo:

**Figura 2: Modelo da estrutura da Torre de Hanoi**



Fonte: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/>

Já para as peças móveis, ao invés de serem circulares como normalmente conhecemos, foi solicitado que os alunos construíssem cinco figuras quadradas seguindo as seguintes medidas:

Quadrado 1: 2cm x 2cm

Quadrado 2: 3 cm x 3 cm

Quadrado 3: 4cm x 4cm

Quadrado 4: 5cm x 5cm

Quadrado 5: 6 cm x 6 cm

Após a construção do material os alunos precisaram calcular a área de papel utilizada para a construção do material e também o perímetro de cada figura. Além disso, após o jogo estar pronto os alunos precisaram entender as regras e iniciar as jogadas, primeiramente aprendendo a jogar e posteriormente, deveriam realizar a contagem das jogadas. As regras disponibilizadas foram as seguintes:

No começo do jogo os discos estão todos colocados na haste A, em ordem decrescente de tamanho, com o menor disco acima de todos. O objetivo é mover todos os discos, de A para C, obedecendo às seguintes regras:





11) E por fim, gravar um vídeo explicando as estratégias utilizadas.

Ao realizar estas atividades, percebeu-se com esta sequência sobre o quebra-cabeça Torre de Hanói que os alunos envolveram toda a família para a confecção e aprender o jogo, inclusive fazendo competição em casa. A foto abaixo representa o jogo confeccionado por um dos alunos.

**Figura 3: Torre de Hanoi confeccionada por aluno**



Fonte: os autores (2021)

Através deste jogo, estimularam e aprimoraram o raciocínio lógico encontrando as mais diversas estratégias para conseguir realizar as jogadas na menor quantidade de movimentos possíveis. Foi um jogo que envolveu muitas estratégias. Nas turmas do oitavo e nono anos estimulou-se a sequência de jogadas, fazendo com que os alunos percebessem relação entre as peças e o número de jogadas, trabalhando com eles a ideia de sequência. Todos os alunos se envolveram e gravaram vídeo de suas jogadas, alguns vídeos com explicações bem simples, outros com um raciocínio muito avançado.

No ano de 2021, ao voltar às aulas presenciais, retomou-se o jogo com a turma do 7º ano, no momento que se trabalhou sequências numéricas. Instigou-se os alunos a encontrarem uma lei que serviria para qualquer quantidade de peças para descobrir a quantidade mínima de movimentos. Como em sua lei de formação envolve potência de base dois, demorou um pouco até descobrirem, porém, realizando questionamentos surgiu a resposta esperada.

## CONCLUSÕES

A atividade proposta foi um tanto desafiadora. Instigou a participação da família na confecção e na aprendizagem do jogo. Alunos e suas famílias realizaram competição para verificar quem realizava o objetivo do jogo com a menor quantidade de movimentos.

Relacionado ao problema de pesquisa, as estratégias foram várias. Alguns alunos não souberam expor suas conclusões, porém mentalizaram a forma de chegar no objetivo. Uma



aluna do 6º ano foi destaque em suas explicações sobre suas estratégias. Esta aluna, mesmo sem ter acesso à internet em casa para pesquisa, soube compreender as regras do jogo e desenvolveu um raciocínio lógico muito interessante para ser utilizado com qualquer quantidade de peças no jogo.

Percebeu-se que os adolescentes gostam de ser desafiados e a partir desse desafio conseguiu-se trabalhar a matemática de forma interessante e atrativa. Todos os objetivos propostos nesta atividade foram alcançados. Nas turmas do 8º e 9º ano estes objetivos, principalmente o de buscar estratégias de resolução e explicação foram mais cobrados em relação à chegar a uma lei de formação, analisando a sequência de movimentos conforme a quantidade de peças. Neste sentido, não foi fácil para a maioria dos alunos descobrir esta lei. De repente, realizando este trabalho presencialmente facilitaria o questionamento e o desenvolvimento de uma função, assim como facilitou o trabalho com a turma do 7º ano em 2021.

Por fim, foi uma atividade muito interessante de ser realizada podendo ser aplicada em qualquer turma, pensando sempre no grau de conhecimento dos alunos.

## REFERÊNCIAS

GONÇALVES, Fernanda Anaia; BASSO, Mila Taunay Perez; LUCERO, Rosemeire Nunes. **Materiais manipulativos para o ensino de sólidos geométricos**. Porto Alegre: Penso, 2016. (Coleção Mathemoteca; v.5)

MALDANER, Anastácia. **Educação Matemática: fundamentos teóricos-práticos para professores dos anos iniciais**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação à reflexão**. Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n.2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/1981-1322.2012v7n2p187/23460/90044> .Acesso em: 26 de março de 2021.

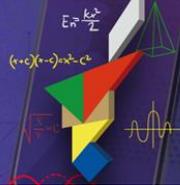
**Torre de Hanoi**. Blog da Psicologia da Educação. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/> Acesso em: 10 de set. de 2021.

Trabalho desenvolvido com a turma do 7º ano, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena – Panambi/RS, pelos alunos: Ana Luiza Bonfada Bellé; Caroline Moraes Cavalheiro; Cristian André Janke Springer; Felipe Zimmermann; Gustavo Alex Strücker; Igor Felipe Fidencio Vollmer; João Mantovani Da Costa; Joaquim Ismael Zimmermann; Kássia Valeski De

# MATEMÁTICA

ONLINE

4 e 5 DE NOVEMBRO DE 2021  
NO YOUTUBE DA UNIJUÍ



Paula; Kevin Mateus Leal; Leonardo Wegner; Pedro Henrique Alves Schüler; Pedro Krambeck  
Alles; Sabrina Widthauer Silva Da Rocha.

## Dados para contato:

**Expositor:** Ana Luiza Bonfada Bellé; **e-mail:** 2019emefmadalena@gmail.com;

**Expositor:** João Mantovani da Costa; **e-mail:** 2019emefmadalena@gmail.com;

**Professor Orientador:** Cristiane Raquel Kern; **e-mail:** cristianerkern@gmail.com;