TEOREMA DE PITÁGORAS[1]

HEUSNER, Lisa Brönstrup[2]; SILVA, Marcelo Nascimento da[3]; KERN, Cristiane Raquel[4].

RESUMO: O presente trabalho é uma pesquisa sobre um assunto que nos chamou muito atenção e que será trabalhado neste ano nas aulas de matemática: O Teorema de Pitágoras. Através dele demonstramos, com uma experiência prática e através da geometria: utilizando três prismas quadrangulares de vidro e formando com eles um triangulo retângulo, que o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos. Para construir este experimento precisamos relembrar e aprender um pouco mais sobre ângulos e sua construção e verificar a nomenclatura dos lados de um triangulo retângulo. Com esta pesquisa percebemos a importância da matemática em nossa vida e que podemos verificar de forma prática o Teorema de Pitágoras, além de aprendermos a construir ângulos de 90°, analisar onde aplicamos este teorema e relembrar cálculos de área de figuras planas e volumes de prismas.

Palavra-chave: Catetos. Hipotenusa, Teorema de Pitágoras, triângulo retângulo.

INTRODUÇÃO

O Teorema de Pitágoras é um dos assuntos mais conhecidos da Matemática. Ele está relacionado a geometria e também à trigonometria. De acordo com a descrição no site wikipedia "a Geometria (*geo*- "terra", -*metria* "medida") é um ramo da matemática preocupado com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços" e a "trigonometria (do grego *trigōnon* "triângulo" + *metron* "medida") é um ramo da matemática que estuda as relações entre os comprimentos de 2 lados de um triângulo retângulo (triângulo, onde um dos ângulos mede 90°), para diferentes valores de um dos seus ângulos agudos".

A descoberta do teorema de Pitágoras foi importante para a época, pois impulsionou inúmeros outros estudos, os quais fizeram com que a matemática avançasse até os dias atuais. Seu enunciado é simples, assim como os cálculos envolvidos. Esse teorema só pode ser aplicado em um triângulo retângulo, que é aquele onde há um ângulo igual a 90°, que chamamos de ângulo reto. Daí o nome, triângulo retângulo.

Sendo a o comprimento da hipotenusa e b e c os comprimentos dos catetos, o teorema pode ser expresso por meio da seguinte equação:

$a^2 = b^2 + c^2$

Calculando algebricamente essa equação, podemos encontrar a medida do comprimento de qualquer lado do retângulo, tendo sempre que dois lados do triângulo retângulo são conhecidos, o comprimento do terceiro lado pode ser calculado:

$a^2 = b^2 + c^2$

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$ ou $\sqrt{a^2 - b^2} = c$ ou $\sqrt{a^2 - c^2} = b$

---

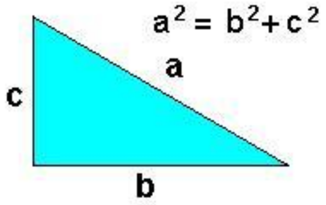
[1] Categoria: Ensino Fundamental Anos Finais; Modalidade Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras disciplinas; EMEF Madalena - Panambi

[2] Aluna do 9º ano

[3] Aluno do 9º ano

[4] Professora Orientadora, Escola Municipal de Ensino Fundamental Madalena, Panambi, cristianerkern@gmail.com

Figura 1: Triângulo Retângulo e a representação dos catetos e da hipotenusa para a fórmula do Teorema de Pitágoras



Fonte:https://blogdoenem.com.br/triangulo-retangulo-matematica-enem/

Em qualquer triângulo retângulo, a hipotenusa é maior que qualquer um dos catetos, mas menor que a soma deles, pois apenas dessa forma existe um triângulo.

Analisando o Teorema de Pitágoras descrito acima, pensamos: será que na prática isso dá certo? Como construímos um triângulo retângulo? Onde podemos aplicar este teorema? Para verificar este teorema nosso maior objetivo aqui é construir um experimento prático.

MATERIAL E MÉTODOS

Para verificar na prática se esta equação dará certo, construímos primeiramente um triângulo retângulo em uma folha de papel. Para isso utilizamos uma folha no tamanho A4, régua, compasso e lápis. A construção se deu da seguinte forma:

1) Traça-se uma reta e nela marca-se um ponto qualquer.

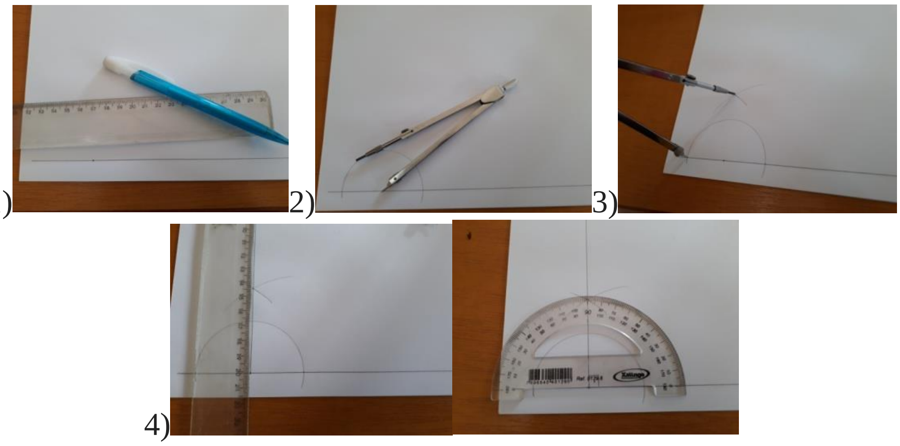
2) Pega-se o compasso, coloca a ponta seca sobre este ponto e traça-se com uma certa abertura uma semicircunferência ao redor deste ponto.

3) Em seguida deve-se abrir um pouco mais o compasso e colocar a ponta seca sobre um dos pontos de encontro do semicírculo com a reta e fazer uma marcação acima do primeiro ponto marcado, logo, fazer o mesmo com a ponta seca do compasso sobre a segunda marcação do semicírculo.

4) Assim, ambas as marcações formam uma espécie de “xis”, no qual verifica-se um ponto de encontro. Pode-se então ligar este ponto com o primeiro a ser marcado, formando o ângulo de 90°.

Figura 2: Sequência dos passos para formação de um angulo de 90°.

1) 2) 3) 4)

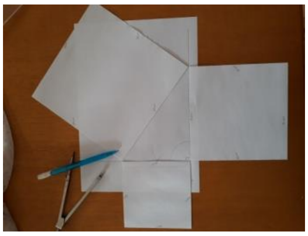


Fonte: Os autores (2017)

Após encontrar o ângulo de 90° construímos o triângulo retângulo com medidas postas por nós: os dois catetos medindo 12 e 16 centímetros e traçaremos a hipotenusa.

Em seguida desenhamos três quadrados cujos lados têm a mesma medida do tamanho dos lados do triângulo confeccionado.

Figura 3: Quadrado formados pelos lados do triângulo retângulo.

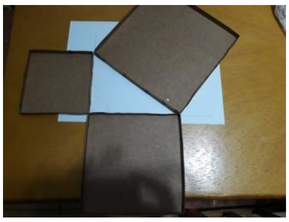


Fonte: Os autores (2017)

Reproduzimos com papel mais duro (cartoplex) 3 prismas de 1 centímetro de altura. Todos eles com bases quadradas, mas em tamanhos diferentes, tamanhos os mesmos dos quadrados confeccionados acima: 12, 16 e 20 centímetros de lado.

Ao juntarmos os três prismas formamos um triângulo retângulo no centro.

Figura 4: Prismas de bases quadradas.



Fonte: Os autores (2017)

Preenchemos os dois prismas menores com semente e após passamos estas sementes para o prisma maior. Poderia ser utilizado qualquer tipo de material, tal como sementes, areia, bolinhas.

Além disso, solicitamos ajuda de um vidraceiro para nos auxiliar na construção do mesmo material mas com vidro. Desta forma, ele construiu os mesmos prismas que fizemos porém, com vidro, para que colocássemos dentro deles água. Pedimos para que ele tomasse o cuidado de deixar uma abertura interna entre cada um dos prismas menores com o maior, para poder passar o líquido dos pequenos para o maior.

Desta forma podemos também calcular o volume de água que cabe internamente e verificar se o teorema também é válido para o volume de prismas nesta situação, com mesma altura.

A figura formada ficará desta forma:

Figura 5: Experimento em vidro com líquido em seu interior.

Fonte: Os autores (2017)

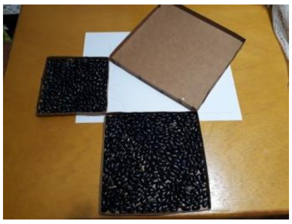
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Seguindo os passos detalhados acima, achamos muito simples desenhar um ângulo de 90° e então fazer o triângulo retângulo. O tamanho dos catetos do triângulo, foram pensados de certa forma que fossem números inteiros e fáceis de calcular a potência com expoente dois, além de resultar numa hipotenusa também de número inteiro. Ao pesquisarmos verificamos que um triângulo retângulo usual é de tamanho: 3, 4 e 5. Para então termos triângulos proporcionais, multiplicamos estes lados por 4. e para ter certeza que daria certo aplicamos o teorema de Pitágoras, onde: $12^2 + 16^2 = 20^2$, assim: $144 + 256 = 400$, logo: $400 = 400$, concluindo então que nossas medidas formariam sim um triângulo retângulo.

Para desenharmos os três quadrados, também utilizados os passos para desenharmos ângulos de 90°, pois quadrados perfeitos tem 4 ângulos iguais e retos.

Já os prismas tomamos como base os quadrados já desenhados. Depois de montados enchemos os dois prismas menores com semente de feijão.

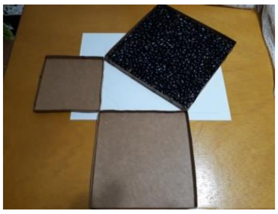
Figura 6: Preenchimento da área dos dois quadrados menores.



Fonte: Os autores (2017)

Para testar o teorema despejamos o conteúdo destes dois prismas no prisma maior. Percebemos que realmente o Teorema funciona, inclusive para o volume dos prismas construídos.

Figura 7: Preenchimento da área do quadrado maior o a mesma quantidade utilizada nos dois quadrados menores.



Fonte: Os autores (2017)

No experimento em vidro, ao colocarmos água no interior dele: qual o volume de água que é necessário despejar no recipiente (dentro do experimento)? Vamos calcular primeiro o volume de cada prisma:

Pequeno: tamanho: 12cmx12cmx1cm= 144 cm³ de água.

Médio: tamanho: 16cm x16cm x1cm = 256 cm³ de água.

Grande: tamanho: 20cm x 20cm x 1 cm = 400 cm³ de água

Aplicando o teorema: 144+256 = 400 cm³. Sabendo que 1 dm³ é 1 litro, temos então que 1 cm³ é 1 ml, logo teremos que ter 400 mililitros de água para poder realizar o experimento com estes tamanhos.

Ao pesquisarmos sobre este assunto, percebemos uma grande utilidade deste teorema em nosso cotidiano. Na parte de engenharia civil pode ser muito utilizada: na construção das tesouras para as casas, no alcance de uma escada ao ser encostada numa parede.

CONCLUSÃO

Com este trabalho concluímos que o Teorema de Pitágoras é muito importante para a realização de várias atividades e construções e que através deste experimento conseguimos ver na prática que ele é verdadeiro. Assim verificamos que a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Conseguimos relacionar aqui que a soma da área dos quadrados menores é a mesma da área do quadrado maior. Além disso, que o volume dos dois prismas menores é igual ao volume do prisma maior (lembrando que estes prismas tem como base, quadrados com mesmos tamanhos dos lados de um triângulo retângulo).

Relembramos e aprendemos sobre a angulação interna dos quadrados e a construção de um ângulo reto com compasso, o qual é uma forma muito prática de fazer.

Além disso relembramos o cálculo de área de figuras quadradas e volume de prismas além de pesquisarmos sobre a nomenclatura correta do material construído e a construção correta de prismas.

REFERÊNCIAS

WIKIPEDIA**. Geometria**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria>. Acesso em: 04 jul. 2017.

WIKIPEDIA. **Trigonometria.** Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Trigonometria>. Acesso em 04 de jul. 2017.