



## **PONTOS DE LUZ: O UNIVERSO DAS CIRCUNFERÊNCIAS E DAS ESTRELAS**

Categoria: Ensino Fundamental - Anos Finais

Modalidade: Matemática Pura

**DEBONI, Paola Fengler; WILDE, Janaína Dallepiane; Meireles, Luana Fransozi.**

**Instituição participante: Escola Municipal de Ensino Fundamental Miguel Burnier - Coronel Barros/RS.**

### **INTRODUÇÃO**

A aprendizagem com compreensão é realizada por meio do desenvolvimento de práticas que favorecem a experimentação, observação, organização, classificação de informações, formulação de hipóteses, desenvolvimento de justificativas e comunicação de resultados (SASSERON; CARVALHO, 2008).

A Geometria na Educação Básica, entre outras coisas, favorece a percepção geométrica e proporciona aos estudantes desenvolverem sua linguagem e raciocínio lógico. A BNCC reitera que o entendimento da Geometria está vinculado à implementação de estratégias didáticas que tenham por base “[...] a análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática” (BRASIL, 2018, p.266). Ou seja, as atividades devem contextualizar os conceitos geométricos de um modo significativo.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é realizar um estudo sobre figuras formadas em uma circunferência a partir de diferentes pontos e regras, bem como, estabelecer padrões para formação dessas figuras. Também, busca-se diferenciar estrelas e estrelas falsas. O presente estudo foi realizado nas aulas de matemática, sendo desenvolvido durante os meses de julho e agosto de 2023. Participaram do planejamento e elaboração do estudo duas alunas do 7º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Miguel Burnier do município de Coronel Barros.



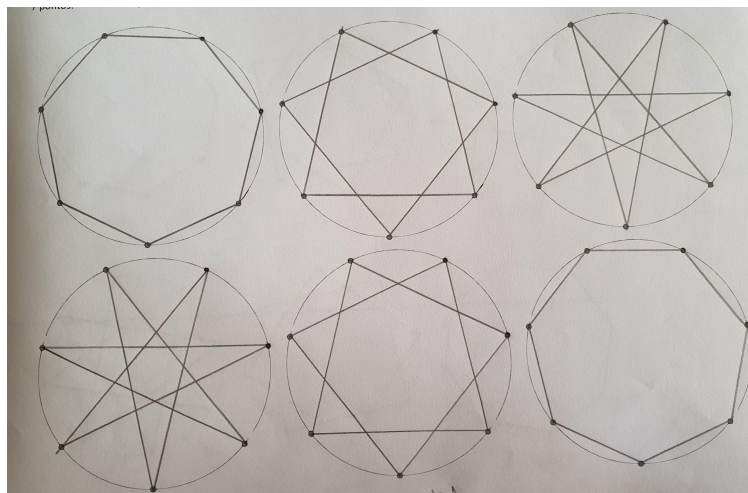
## CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

A pesquisa desenvolvida iniciou em sala de aula a partir do estudo de linhas poligonais e polígonos. Para isso, caracterizou-se linhas abertas e fechadas e simples e não simples, determinando assim, o conceito de polígonos. Após esse estudo, foi lançado o desafio de realizar uma pesquisa visando aprofundar um pouco mais o estudo de figuras planas. As autoras apresentaram a ideia inicial de relacionar geometria e espaço e assim, escolheu-se o tema estrelas, polígonos estrelados e estrelas falsas.

Com o tema escolhido, elencou-se os seguintes questionamentos: como se originam e qual a diferença entre estrelas e estrelas falsas? Para responder essas perguntas, a partir de estudos realizados, verificou-se que era possível estabelecer uma relação com a circunferência e sua divisão em pontos distantes igualmente um dos outros (equidistantes).

Nesse sentido, foram marcados na circunferência dois pontos e observou-se quais as possibilidades de ligá-los e o que se forma nessa ligação. Nesse caso, obteve-se um segmento de reta. Então pensamos: e se fossem 3 pontos? 4 pontos? 5 pontos? E assim por diante. Além disso, também é possível ligar os pontos usando diferentes regras, ou seja, de 1 em 1, de 2 em 2, de 3 em 3, e assim por diante. Quantas figuras diferentes será possível formar? E o que serão essas figuras? Polígonos, segmentos de reta ou algo diferente? As Figuras 1, 2, 3 e 4 apresentam alguns resultados obtidos a partir desses questionamentos.

**Figura 1: Figuras obtidas a partir da divisão da circunferência em sete partes iguais.**

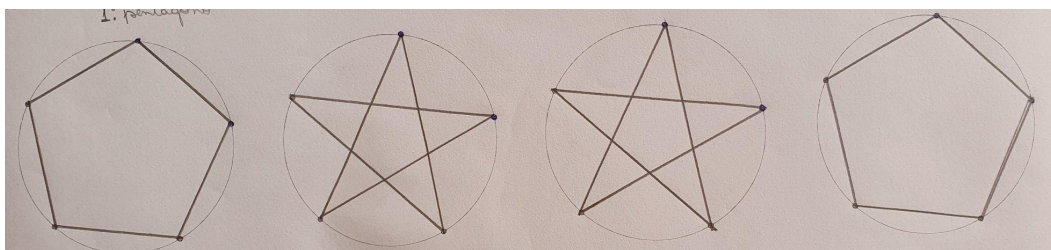


Fonte: As autoras (2023)



Ao dividir a circunferência em sete partes iguais é possível saltar de 1 em 1; de 2 em 2; de 3 em 3; de 4 em 4; de 5 em 5 e de 6 em 6 pontos e obtém-se três figuras diferentes.

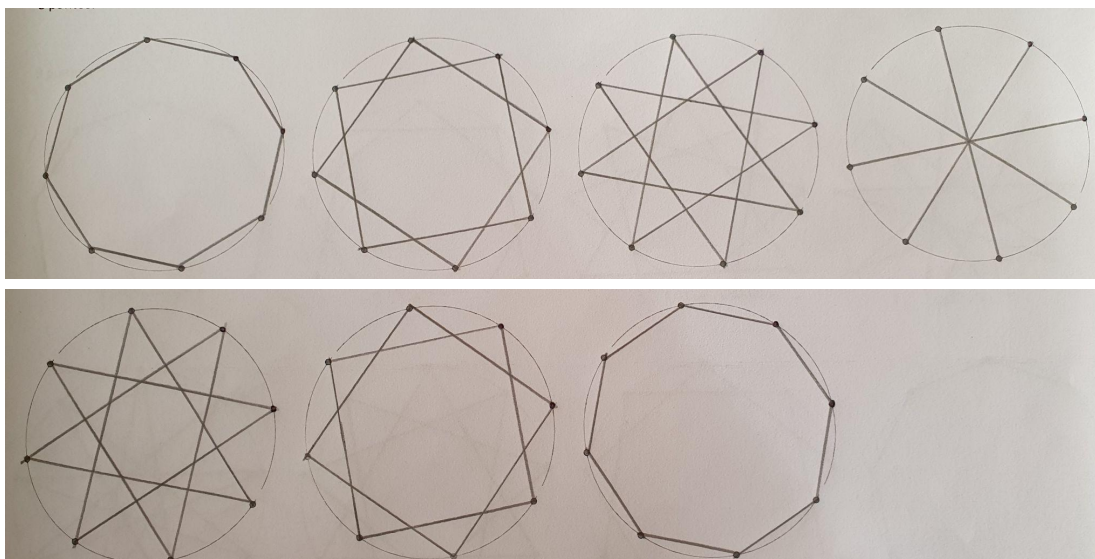
**Figura 2: Figuras obtidas a partir da divisão da circunferência em cinco partes iguais.**



Fonte: As autoras (2023)

Na divisão da circunferência em 5 partes iguais é possível observar que podemos saltar de 1 em 1; de 2 em 2; de 3 em 3 e de 4 em 4 pontos, mas obtemos apenas duas figuras diferentes.

**Figura 3: Figuras obtidas a partir da divisão da circunferência em oito partes iguais.**



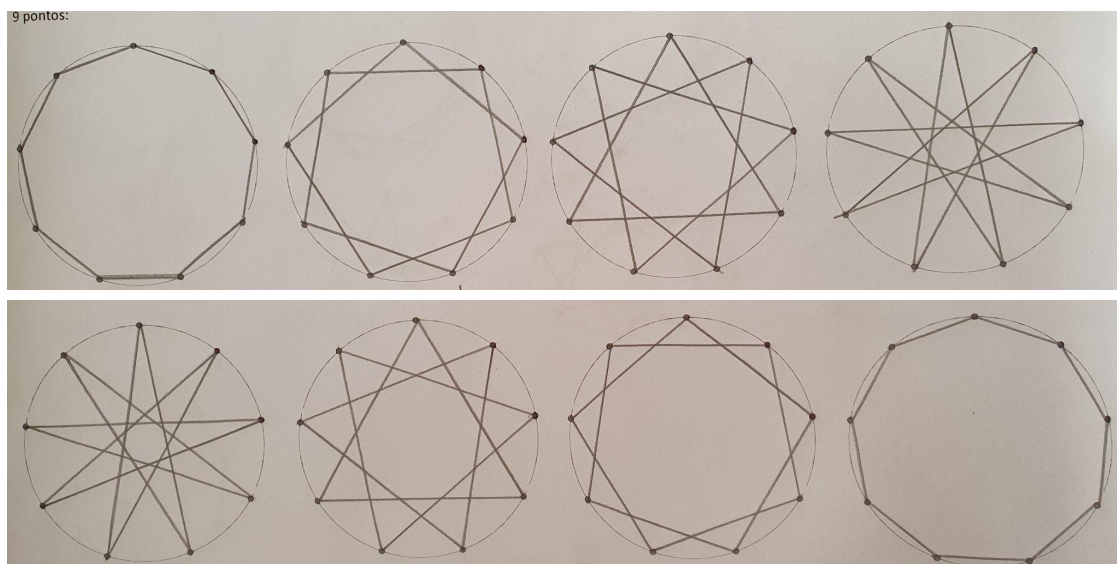
Fonte: As autoras (2023)

Neste caso, ao dividir a circunferência em oito partes, e pularmos de 4 em 4 pontos não aparecem figuras fechadas, pois obtemos vários segmentos de reta que concorrem em um mesmo ponto que não é extremidade de nenhum dos segmentos. Mas, aparentemente, ao



saltarmos de 1 em 1; de 2 em 2; de 3 em 3; de 5 em 5, de 6 em 6 e de 7 em 7 pontos obtemos figuras fechadas que se repetem, como nas situações anteriores.

**Figura 4: Figuras obtidas a partir da divisão da circunferência em nove partes iguais.**



Fonte: As autoras (2023)

Ao dividir a circunferência em 9 pontos podemos saltar de 1 em 1; de 2 em 2; de 3 em 3; de 4 em 4; de 5 em 5, de 6 em 6, de 7 em 7 e de 8 em 8 pontos: em todos os casos obteremos figuras aparentemente fechadas que podem se repetir.

A partir das Figuras 1, 2, 3 e 4 verificou-se que é possível formar polígonos regulares, “estrelas” ou segmentos de reta. No entanto, não podemos identificar todas as figuras estreladas como estrelas, pois existem diferenças entre elas. Nas chamadas estrelas, partimos de uma de suas pontas, passamos por todos os pontos marcados na circunferência e chegamos no ponto do qual partimos. Nas estrelas falsas, não conseguimos ligar todos os pontos e retornar ao ponto inicial. Assim sendo, as estrelas falsas não são figuras fechadas; elas são sobreposições de polígonos regulares.

A partir dos resultados obtidos podemos definir o seguinte problema: Se  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , são pontos que dividem uma dada circunferência em  $n$  partes iguais, que figuras podemos obter ao ligarmos por segmentos de reta esses  $n$  pontos, consecutivamente, de  $k$  em  $k$  pontos? Nesse caso,  $n$  representa o número de partes iguais em que uma dada circunferência foi



dividida, enquanto  $k$  corresponde ao número de saltos feitos para traçarmos segmentos de reta ligando pontos dessa divisão.

Se  $n = 2$  a figura obtida é, necessariamente, um segmento de reta.

Se  $n = 3$  a figura obtida é, necessariamente, um triângulo equilátero.

Se  $n > 3$  podem ser obtidas as seguintes figuras: polígonos regulares, segmentos de retas concorrentes, estrelas e estrelas falsas (sobreposição de polígonos).

Ao diferenciarmos estrelas de estrelas falsas e verificarmos que a quantidade de pontos e a forma que agrupamos esses pontos influencia na formação da figura final, levantou-se o próximo questionamento: é possível prever qual figura será formada sem realizar a representação?

Realizando a representação de mais situações, observando as figuras formadas e relacionando  $n$  e  $k$  podemos concluir que:

- Os valores de  $k$  que somados resultam na quantidade total de  $n$  formam figuras iguais.
- Quando  $k = 1$  ou  $n - k = 1$  a figura formada é um polígono regular.
- Quando a divisão de  $n$  por  $k$  é igual a 2 obtemos segmentos de retas.
- Quando o  $\text{mdc}(n, k) = 1$ , ou seja, os valores são primos entre si, a figura formada é uma estrela.
- Quando o  $\text{mdc}(n, k)$  é diferente de um obtemos uma estrela falsa, exceto no caso c.

## CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido permitiu aprimorar aprendizagens e desenvolver o processo de pesquisa, representação, formulação de hipóteses e busca de soluções. Inicialmente, foram elencadas duas questões a serem respondidas ao final deste trabalho.

A primeira questão era diferenciar estrelas de estrelas falsas. Após traçar figuras com o auxílio de uma circunferência dividida em diferentes pontos e, ligando esses pontos de maneiras distintas, concluiu-se que as estrelas são formadas a partir de linhas poligonais fechadas e as estrelas falsas são dadas por sobreposição de polígonos. Além disso, observou-se que também é possível obter polígonos regulares e segmentos de retas.

Buscando aprofundar um pouco mais o tema estabeleceu-se uma segunda questão, prever qual figura será formada a partir de diferentes pontos e ligações entre esses pontos. A



análise dos resultados mostraram que existe relação entre a quantidade de pontos marcados e o passo utilizado para ligar esses pontos.

Em relação à aprendizagem, as atividades desenvolvidas motivaram a aprender mais sobre a matemática e analisar os diversos aspectos presentes nela. Elencar e solucionar problemas tornou o aprendizado mais efetivo e divertido, permitindo o protagonismo no conhecimento e percebendo a importância da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf)>. Acesso em: 1 agosto 2023.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. de. Almejando a Alfabetização Científica no Ensino Fundamental: a proposição e a procura de indicadores do processo. **Investigações em Ensino de Ciências (Online)**, v. 13, p. 333-352, 2008.

Trabalho desenvolvido com a turma 7º ano/71, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Miguel Burnier.

### Dados para contato:

**Expositor:** Janaína Dallepiane Wilde; **e-mail:** janainawilde@gmail.com;

**Expositor:** Paola Fengler Deboni; **e-mail:** debonipaola193@gmail.com;

**Professor Orientador:** Luana Fransozi Meireles; **e-mail:** fransoziluana@gmail.com