INVESTIGANDO E GENERALIZANDO SEQUÊNCIAS

Categoria: Ensino Fundamental - Anos Finais

Modalidade: Matemática Pura

FIGUR, Bianca; MOURA, Mateus Binello; DIEFENTHÄLER, Andressa Tais.

Instituição participante: Escola de Ensino Fundamental de Educação Por Princípios - Panambi/RS.

INTRODUÇÃO

A Matemática tem um papel essencial na formação dos sujeitos, e deve auxiliá-los a compreender o mundo em que vivem. Conforme a Base Nacional Comum Curricular,

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018).

Nesse sentido, destaca-se a metodologia de ensino da investigação matemática, a qual possibilita, conforme objetivo da Matemática no Ensino Fundamental, “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.” (BRASIL, 2018).

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), trabalhar com investigação matemática não significa necessariamente trabalhar com problemas muito difíceis, ou contextualizados, mas sim, possibilitar aos discentes experimentar vivências nas quais este se identifique com o espírito nato da matemática genuína, colocando-se no processo de fazer matemática, pensar matematicamente e desenvolver argumentações a respeito de situações matemáticas relacionadas a contextos externos, ou então a contextos da própria matemática.

Diante disso foi proposto um processo de investigação de sequências a uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Por Princípios de Panambi/RS, a qual conta com 16 alunos que foram organizados em quatro grupos. A atividade foi desenvolvida no primeiro trimestre de 2022 na disciplina de Matemática.

A partir de processos investigativos, espera-se que os alunos atuem como protagonistas em seu processo de aprendizagem, atuando como matemáticos, buscando regularidades, elaborando e testando hipóteses, formulando conjecturas e construindo generalizações.

Portanto, esse relato de experiência tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de uma atividade de investigação matemática sobre a generalização de sequências numéricas, indicando suas potencialidades para os processos de ensino e de aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental.

CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma sequência, sucessão ou progressão pode ser definida como um conjunto formado por elementos que obedecem a uma determinada ordem sucessivamente. Uma sequência representa um padrão, que pode ser representado por figuras ou numericamente.

Uma sequência numérica possui regularidades, isto é, pode-se identificar características comuns, a partir das quais formula-se generalizações.

> [...] a generalização pode ser representada por gestos, linguagem escrita, falada ou outras representações semióticas que, durante o desenvolvimento do trabalho conjunto em sala de aula entre estudantes e professor, podem seguir para a representação simbólica, o que ressignificaria todas as operações numéricas (RADFORD, 2018)

No que se refere a uma sequência numérica, essa generalização pode ser expressa através de uma lei de formação ou fórmula do termo geral, que é a regra que estabelece a formação dos termos de uma sequência numérica. A partir da lei de formação é possível obter qualquer termo da sequência numérica.

Nesse sentido, uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, ao estudar sobre generalizações, foi desafiada a investigar algumas situações-problema envolvendo sequências pictóricas e numéricas. Em situações do dia-a-dia, os alunos estão naturalmente predispostos a realizar generalizações. No entanto, formular uma generalização matemática pertinente representa uma tarefa desafiante (BECKER e RIVERA, 2005).

Inicialmente, os alunos aprenderam o significado da palavra generalizar, conforme o objetivo da atividade, entendendo que “Generalizar uma situação é obter a expressão algébrica capaz de representar uma situação independente do valor atribuído à variável.” (MACHADO, 2016). Visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, foram elencadas três etapas fundamentais para se obter uma expressão algébrica simbólica:

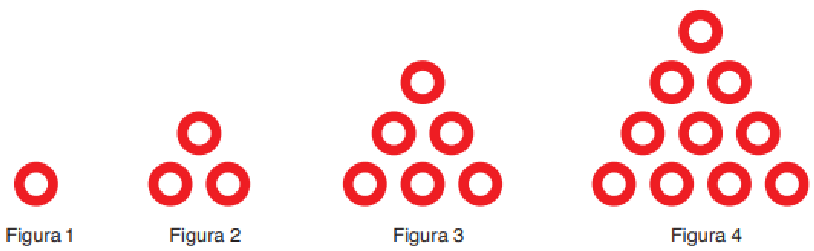
> 1º reconhecer a regularidade presente na situação;
> 2º representar verbalmente, isto é, com o auxílio de nossa língua materna (língua portuguesa) uma regra geral que defina esse padrão;
> 3º escrever de forma simbólica a expressão algébrica (fórmula) que permita representar a situação para um valor qualquer atribuído à variável desta expressão. (MACHADO, 2016).

Com o pensamento algébrico focado nessas três etapas, os alunos se organizaram em quatro grupos e foram desafiados a analisar diferentes situações envolvendo sequências, de modo a traduzi-las em uma expressão simbólica, isto é, a uma expressão algébrica.

Inicialmente, foi contextualizado aos alunos que a civilização grega gostava muito de estudar os números e suas propriedades utilizando o que pode ser chamado de modelagens geométricas. Pitágoras trabalhou com os números triangulares, que nada mais são do que números inteiros positivos organizados em forma de triângulos equiláteros. Nestas figuras, os números geralmente são representados por pontos equidistantes. Os números poligonais nada mais são do que sequências de números inteiros representados através de formas geométricas (MACHADO, 2016).

Desse modo, cada grupo recebeu sequências diferentes para investigar, sendo elas uma sequência pictórica (depois representada pelos alunos por uma torre de copos, Figura 1), sequência das diagonais dos polígonos (Figura 2), torre numérica (Figura 3) e a Sequência de Fibonacci na reprodução de coelhos (Figura 4).

Figura 1 - Sequência pictórica (números triangulares - torre de copos).



Fonte: MACHADO (2016).

Para desenvolver os processos investigativos correspondentes a Figura 1, os alunos foram desafiados a desenhar as duas próximas figuras da sequência, registrar numericamente a quantidade de pontos de cada figura, escrever a sequência numérica correspondente e analisar suas regularidades. A partir disso, os alunos foram motivados a escrever quantos pontos havia em cada número triangular, sendo: T(1) = 1 ponto; T(2) = 3 pontos; T(3) = 6 pontos; e assim sucessivamente, sendo *n* o número triangular (*T(n)*). A partir disso, tiveram que elaborar uma lei de formação referente ao número triangular, obtendo a seguinte equação:

$$T(n) = \frac{(n+1)\cdot n}{2}$$

Figura 2 - Representação do processo investigativo da sequência das diagonais de um polígono.

Complete o quadro a seguir.

Número de lados do polígono	Número de diagonais de um mesmo vértice
4	1
5	2
6	3
7	4
8	5
10	7
12	9
15	12
20	17

Fonte: MACHADO (2016)

O segundo grupo recebeu o desafio de investigar a sequência correspondente ao número de diagonais dos polígonos. Para isso, inicialmente tiveram que traçar as diagonais do quadrado, pentágono e hexágono, registrando sua quantidade. Após, foram desafiados a observar regularidades na sequência numérica formada e, a partir disso, criar hipóteses para o número de diagonais de polígonos com 7, 8, 10, 12, 15 e 20 lados. Além disso, os alunos foram levados, a partir de questionamentos escritos, a perceber relações entre o número de lados de cada polígono (n) e o número de diagonais (D). A partir disso, os alunos chegaram a expressão:

$$D = \frac{(n-3)\cdot n}{2}$$

A partir do registro da Figura 3, outro grupo de alunos foi desafiado a observar as regularidades em uma torre numérica e construir a oitava linha da sequência.

Figura 3 - Torre numérica.

Uma torre numérica foi construída empregando-se apenas números ímpares. Cada uma de suas linhas tem uma quantidade diferente de números.

1
1 3
1 3 5
1 3 5 7
1 3 5 7 9
1 3 5 7 9 11
1 3 5 7 9 11 13

Fonte: MACHADO (2016)

Além disso, foram propostos os questionamentos: Qual é a relação entre o número da linha e a quantidade de números que ela possui? Qual é a soma dos elementos de cada uma das linhas da torre? Os alunos registraram suas respostas a última pergunta na forma de tabela, buscando, a partir disso, generalizar a situação e escrever a lei de formação referente à soma das linhas, obtendo a expressão a seguir, onde n é o número de linhas e S a soma dos números ímpares de cada linha: $S = n^2$.

Figura 4 - Sequência de Fibonacci na reprodução de coelhos.

- **Vamos desvendar essa sequência!**

Mas, primeiro, é preciso conhecermos as condições ideais de procriação apresentadas por Fibonacci.

Condições de procriação dos coelhos:

1º Tem-se apenas um casal de coelhos recém-nascidos;
2º Um casal de coelhos só é capaz de gerar novos coelhos após o primeiro mês de vida;
3º O período de gestação da fêmea dura um mês;
4º Cada casal de coelhos dá origem a um outro casal. Ou seja, os filhotes nascem aos pares e apenas um par para cada gestação.

Fonte: MACHADO (2016)

Por fim, o último grupo recebeu o desafio de Fibonacci. Inicialmente, tiveram que representar numericamente o número de casais de coelhos após 1, 2, 3, 4, 5 e 6 meses. De posse desses números, escreveram a sequência numérica e tiveram o desafio de descobrir suas regularidades, investigando uma expressão algébrica que possibilitasse calcular corretamente quantos casais de coelhos haveria após um ano (12 meses). A expressão obtida é apresentada a seguir, sendo o primeiro termo igual a 1, C a quantidade de coelhos e m o mês:

$$C(m) = C_{(m-1)} + C_{(m-2)}$$

Ao final, os grupos foram desafiados a elaborar cartazes e formas criativas de apresentar as sequências e generalizações construídas na Feira de Matemática da Escola, realizada no mês de junho na instituição. Para isso, além de cartazes, os alunos utilizaram em suas apresentações torres de copos (sequência pictórica dos números triangulares), geoplano (representação de polígonos e suas diagonais), pirâmides (representando torres numéricas) e até porquinhos da Índia (para abordar a Sequência de Fibonacci). Na Figura 5 são apresentados registros da apresentação dos alunos na Feira.

Figura 5 - Apresentação dos trabalhos na Feira de Matemática.

Fonte: Autor (2022)

A partir das atividades propostas, os alunos foram desafiados a serem protagonistas em seu processo de aprendizagem, utilizando seus conhecimentos prévios e questionamentos orientadores para realizar inferências e chegar a novas conclusões. Nesse processo, o professor atua como mediador, fazendo perguntas intencionais e direcionando as inferências dos alunos, de modo que formulem e testem conjecturas, construam generalizações e justifiquem seus resultados.

CONCLUSÕES

Esse relato de experiência apresentou o desenvolvimento de uma atividade investigativa acerca da generalização de sequências numéricas, objetivando desenvolver aprendizagens relacionadas ao pensamento algébrico. Nesse sentido, ao longo da atividade, conforme Fiorentini (2006), os alunos atuaram como matemáticos, explorando situações, refletindo, estabelecendo conexões e relações, elaborando e validando conjecturas, argumentando, representando, comunicando descobertas e compreendendo conceitos.

Portanto, evidencia-se a potencialidade das investigações matemáticas como metodologia de ensino, de modo a tornar o aluno coautor de suas aprendizagens, sempre mediado pelo professor, de modo que atribua maior valor e, assim, significado às aprendizagens matemáticas, compreendendo também a aplicação dos conceitos estudados.

REFERÊNCIAS

BECKER, R., RIVERA, F. Generalization strategies of beginning high school algebra students. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Melbourne: PME, 2005. v. 4, p. 121-128.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FIORENTINI, Dario. Grupo de Sábado. In: FIORENTINI, Dario; CRISTÓVÃO, Eliane Matesco (orgs.). **História e Investigação de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica, 2003.

RADFORD, L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In: KIERAN, C. (Org.). **Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds:** The global evolution of an emerging field of research and practice. New York: Springer, 2018.

Trabalho desenvolvido com a turma do 8º ano da Escola Por Princípios, pelos alunos: Bianca Figur; Clara Pereira Cardoso; Eduarda Castanho da Silva; Gabriella Castro de Quadros; Guilherme Hardt Markus; Isabella Tais Horst; Isabely Julia Berghahn; Larissa Mayer; Laura Dohs Tünnermann; Leonir Edhuardo Scherer Araldi; Lucas de Azevedo Hinnah; Luiz Felipe Lovis Schwab; Mateus Binello Moura; Otávio Bisognin Schott; Rhian Lucas Schollmeier; Samuel Arthur Schmidt.

Dados para contato:

Expositor: Bianca Figur; **e-mail:** bianca.figur344@gmail.com;

Expositor: Mateus Binello Moura; **e-mail:** binellocl@gmail.com;

Professor Orientador: Andressa Tais Diefenthäler; **e-mail:** andressa_td@hotmail.com.