

O CONCEITO VETOR EM AULAS DE UMA DISCIPLINA DE CURSOS DE ENGENHARIAS

Categoria: Ensino Superior

Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras Disciplinas

MACHADO, Estela S.; BATTISTI, Isabel Koltermann.

**Instituição participante: UNIJUÍ – UNIVERSIDADE REGIONAL DO ESTADO
DO RIO GRANDE DO SUL.**

INTRODUÇÃO

A presente escrita, na modalidade relato de experiência, constitui-se a partir do recorte de uma pesquisa maior relacionada à apropriação de conceitos matemáticos por acadêmicos de cursos de engenharia.

Neste momento considera-se um conceito matemático que faz parte do programa curricular dos cursos de engenharias, no caso, o conceito vetor. Este é um dos conceitos importantes na formação e atuação do engenheiro, possibilita o desenvolvimento da autonomia pelo acadêmico na apropriação e na produção de novos conhecimentos relacionados à sua área de formação. Entendemos o conceito vetor e operações com vetores, bem como outros conceitos basilares de um programa curricular de cursos de formação profissional em nível superior, como instrumentos de mediação entre o sujeito (profissional) e a sua realidade quando em atividade profissional e consideramos a sua significação pelo acadêmico como essencial em sua formação. Nesse contexto, o conceito vetor e outros conceitos da área matemática constituem-se como ferramentas cognitivas fundamentais na formação e atuação profissional do engenheiro.

De acordo com Battisti (2016) o conceito vetor com tratamento da geometria analítica, é, geralmente, abordado nos cursos de Engenharia na disciplina Geometria Analítica e Vetores (GAV), que é proposta no 1º semestre dos cursos.

Diante do exposto, o estudo aqui apresentado tem como objetivo compreender a abordagem dada ao conceito vetor na introdução do seu estudo em aulas da disciplina Geometria Analítica e Vetores.

CAMINHO METODOLÓGICO

A abordagem metodológica considerada é qualitativa. Como material empírico será considerado transcrição da gravação das duas primeiras aulas da disciplina GAV, em cursos de Engenharia, desenvolvida por uma professora pesquisadora, no 1º sem de 2015, como também o Plano de Ensino da referida disciplina. No presente texto a Professora pesquisadora será indicada como PP e os acadêmicos envolvidos nos excertos consideradas, como AC1, AC2, AC3 e assim sucessivamente.

Com vistas ao atendimento do objetivo deste estudo, será analisado elementos da transcrição que possibilitam apresentar indicativos acerca da abordagem dada ao conceito vetor. Para tanto serão considerados como referencial teórico, autores que tratam do conceito no contexto da geometria analítica, como: Battisti (2016), Mota; Marrocos (2014), Contador (2014) e Hegenberg (1971).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Antes mesmo de adentrar na transcrição das aulas, entendeu-se como necessário ter conhecimento da ementa e dos objetivos da disciplina GAV considerada neste estudo. A ementa da disciplina GAV apresentada no Plano de Ensino e Vetores, está direcionada e dá suporte à formação do engenheiro, sendo esta bastante abrangente. Propõe o estudo de elementos fundamentais da geometria analítica, considerando a estrutura vetorial na abordagem de conceitos como segmento de reta orientado, de distâncias, ângulos, áreas, equações de reta e equações do plano. Na ementa menciona, mesmo que a ênfase está na construção dos conceitos, ainda indica possibilidades metodológicas, como análise e resolução de problemas. Tais indicações metodológicas e/ou de procedimentos metodológicos, de acordo com a ementa, instiga o estudante a fazer uso das propriedades dos vetores e de suas operações a partir de representações algébrica e geométrica, bem como de aplicações. A disciplina deve, assim, proporcionar ao acadêmico, por meio de situações de aprendizagem, o desenvolvimento de suas potencialidades.

Para analisar a abordagem dada ao conceito vetor na referida disciplina considera-se excertos da transcrição da gravação das aulas. O excerto a seguir apresenta as primeiras colocações de PP relacionadas a tratativas de conceitos.

(1) PP: *Qual a temperatura dessa nossa sala? Está quente, não é?*

(2) AC6 e vários outros acadêmicos: *Está quente.*

(3) PP: *O climatizador da sala está ligado a que temperatura? O que é necessário para indicar esta temperatura? Que elementos da matemática eu preciso para indicar uma temperatura?*

(5) PP: Número? Digo 16, chega?

(6) Vários acadêmicos: Não.

(7) PP: O que mais eu preciso?

(9) PP: Uma unidade de medida, no caso aqui, qual?

(11) PP: Só graus? Não seriam graus centígrados, graus Celsius?

(13) PP: Então, eu preciso indicar a unidade? Quando o professor PA indicava a área da sala, 32, chega?

(15) PP: Então, o que mais eu preciso? Da unidade de medida. Então, eu preciso de um número e de uma unidade para indicar a medida de uma determinada grandeza. E o que é grandeza?

(17) PP: Dimensão, o que mais? Como é teu nome?

(19) PP: Ajudem o AC6, só dimensão? O que é uma grandeza?

(21) PP: Espaço é definido como um tipo de grandeza? Temperatura é uma grandeza? Superfície é uma grandeza? O que é mesmo uma grandeza? Tudo aquilo que, de alguma forma, eu posso medir.

(23) PP: Espaço, volume, capacidade.

(25) PP: Isso. Então, tudo aquilo que, de alguma forma, eu consigo medir é uma grandeza, e para indicar a medida dessas grandezas que fomos indicando precisa de um número e de uma unidade de medida. Mas eu tenho que ter um número e uma unidade para indicar isso. Certo? Assim, oh, atenção, grandeza escalar é caracterizada pela sua intensidade, melhor dizendo, por um valor numérico acompanhado de uma unidade de medida. (EXCERTO 1/ AULA 1- BATTISTI (2016)).

A análise do recorte da transcrição da Aula 1 indica um aspecto relevante na investigação da abordagem dada ao conceito vetor. Através da observação feita por PP, de uma ideia comum a todos sobre seu contato com as grandezas escalares já trabalhados no ensino médio, foram colocadas provocações relacionadas a conceitos como grandezas escalares, medida de uma determinada grandeza escalar, a necessidade da indicação de um valor numérico e de uma unidade de medida e que, para medir uma determinada grandeza, é necessário considerar uma unidade de medida da mesma espécie. Nesse contexto, temperatura, área, volume, capacidade, etc., foram grandezas abordadas para que os estudantes tivessem possibilidade de atribuírem sentidos em relação ao conceito grandeza física escalar.

Foi possível ver no final do recorte a definição desse tipo de grandeza, pois PP coloca que grandeza escalar é caracterizada pela sua intensidade, ou seja, por seu valor numérico acompanhado de uma unidade de medida.

Visando analisar a abordagem dada ao conceito vetor, apresenta-se a seguir outro excerto, o Excerto 2.

(1) PP: Há grandezas que não são possíveis de serem caracterizadas apenas com a sua intensidade, pelo valor numérico e por uma unidade de medida? (Todos os alunos ficam em silêncio.).

(Sobre uma mesa, há uma embalagem com água e PP faz referência a esse objeto.) Vou aplicar uma força aqui. Qual é uma unidade para medir esta força?

(2) AC1: Newton.

(3) PP: Newton. Apliquei uma força de 15 Newtons. Isso basta para indicar esta medida? Oh, estou aplicando uma força, se eu aplicar para lá essa força, é diferente do que aplicar para cá?

(4) AC8: Vai variar.

(5) PP: Como?

(6) AC8: É variável.

(7) PP: É variável, como?

(8) AC8: Depende também do lado.

(9) PP: Então, eu vou dizer que eu apliquei uma força de 20, 15 Newtons. O que mais preciso para caracterizar a medida?

(10) AC8: Direção.

(11) PP: Como?

(12) AC8: A direção.

(13) PP: Ah, direção, se eu coloquei nessa direção aqui (PP faz gestos com as mãos indicando uma determinada direção), bom, e ainda se eu indicar nessa direção aqui, estou nessa direção, que mais que eu preciso?

(14) Vários acadêmicos: Sentido.

(15) PP: Sentido.

(16) [...]

(17) PP: Imaginem a situação: um objeto sofre um deslocamento. Como posso representar este deslocamento? Representem isso no caderno de vocês. Como posso fazer a representação do deslocamento de um objeto? Como posso mostrar que um determinado corpo se deslocou de um ponto até outro?

(18) AC11: Coloca o início e coloca o fim.

(19) PP: Ah, está aqui um objeto. Eu posso deslocar ele para qualquer direção? Posso deslocar esse objeto nessa direção aqui? Posso deslocar ele para lá, ou para cá? (A partir de um ponto, PP representa no quadro várias possibilidades de direção usando segmentos de reta.)

(20) Vários acadêmicos: Sim.

(21) PP: Com um segmento, então, posso representar um deslocamento? Como posso indicar o início e o fim, como disse AC11?

(22) AC10: Com uma seta?

(23) PP: Com uma seta, de que jeito, AC10? (EXCERTO 2/ AULA 1- BATTISTI (2016)).

A partir da análise do Excerto 2 é possível indicar que PP apresenta um questionamento “Há grandezas que não são possíveis de serem caracterizadas apenas com a sua intensidade, pelo valor numérico e por uma unidade de medida?” e a partir deste traz dois contextos que envolvem grandezas vetoriais, força e deslocamento. O diálogo apresentado dá indicativos de que para definir as grandezas força e deslocamento, como

grandezas vetoriais, é necessário indicar uma intensidade, direção e sentido. Para Hegenberg,

É COMUM considerar, em certas aplicações, entidades (como força, velocidade e aceleração, p. ex.) caracterizadas por uma grandeza e uma orientação (um sentido). Tais entidades são representadas por setas de tamanho proporcional à grandeza e que têm a orientação dessa grandeza. Os físicos referem-se a essas grandezas dizendo que são grandezas vetoriais e chamam as setas correspondentes de vetores. (HEGENBERG, 1971, p. 39, grifo do autor).

A representação destas grandezas também é indicada no excerto analisado, e intuitivamente mencionado a ideia de setas. Contador (2014) apresenta uma seta ou uma flecha, como um ente matemático, e que tais entes resolveria o problema da representação de força, de atrações elétricas entre outros, mas salienta que

[...] esta criação precisaria ter características especiais. Seu tamanho passaria a se chamar módulo e nos daria a intensidade da força, ou da atração, e sua orientação nos forneceria o sentido de atuação, a esta seta ou flecha com tais características foi dado o elegante nome de vetor. (CONTADOR, 2014, p. 370, grifo do autor).

Vetor, no contexto da geometria analítica, é um segmento de reta orientado, sendo esta determinação responsável pela representação das grandezas definidas como grandezas vetoriais. O Excerto 3, apresentado a seguir, possibilita percepções acerca do vetor, no contexto da geometria analítica.

(1) PP: *Agora, vocês vão ter que pensar junto comigo. Imaginem um sólido em translação, já ouviram esse termo? O que significa?*

(2) AC 17: *Movimento.*

(3) PP: *O corpo que foi transladado significa dizer que se movimentou. Este movimento não muda as características dele, ele só foi transladado. Neste caso, a grandeza velocidade de cada ponto, em um determinado instante, é a mesma? (Os estudantes não se manifestam.) Pensem, um corpo está sendo transladado, está em movimento como disse A17. Qual é a velocidade, num determinado instante, em diferentes pontos que compõem este corpo?*

(4) AC13: *Aham.*

(5) PP: *A velocidade, num determinado instante, é a mesma em todos os pontos do sólido?*

(6) PP: *Oh, o corpo está em certa velocidade, marquei a velocidade, os pontos que compõem este corpo vão ter a mesma velocidade?*

(7) PP: *Sim? Diz aí... AC5.*

(8) AC5: *Não fica metade para trás.*

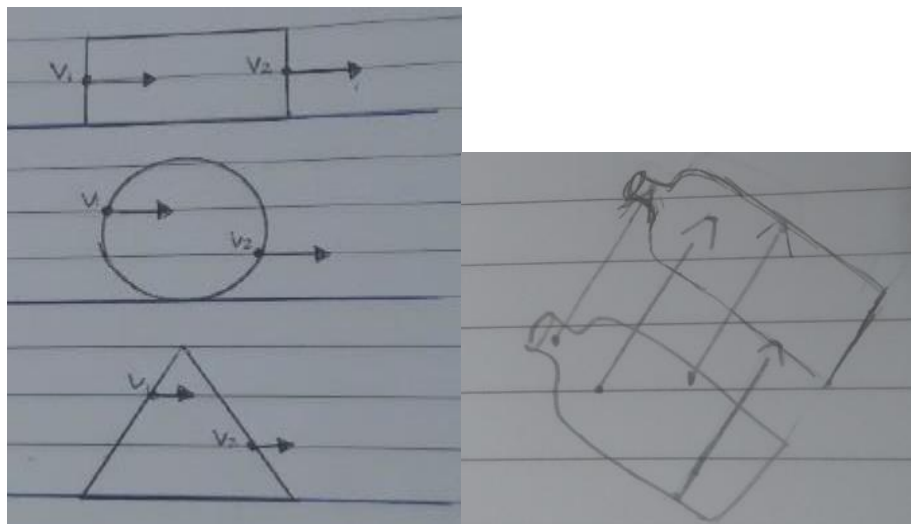
(9) PP: *Não fica metade para trás, este corpo andou junto. Então, a velocidade de todos os pontos que compõem esse corpo aqui, num determinado instante, é a mesma. Como posso representar a velocidade neste ponto aqui? E velocidade de diferentes pontos? Façam o esboço destas representações no caderno.*

[...]

(10) PP: Conseguiram representar? Como vocês fizeram?

A Figura 1 apresenta representações realizadas por dois acadêmicos, AC16 e AC5.

Figura 1 - Representação da velocidade, em um determinado instante, de um corpo em movimento (Vídeo Aula 1, AC16 e AC5)



Fonte: (Vídeo Aula 1, AC16 e AC5).

A análise do Excerto 3 e das imagens da Figura 1 dá indicativos de elementos relevantes nas tratativas ao conceito vetor. Nas figuras apresentadas, os acadêmicos AC5 e AC16 representam a situação considerada. AC16 esboça três figuras geométricas planas, indicando, a partir de um traço em linha reta sob cada figura, a direção do movimento de translação; já as setas indicam o sentido e a possível intensidade da velocidade num determinado instante. AC16 faz ainda, em cada figura, representações algébricas do vetor, nomeando-os de v_1 e v_2 . O acadêmico AC5 esboçou a representação de um corpo, indicando claramente a translação que este sofreu, apontou diferentes pontos e o segmento orientado que representa o deslocamento desses.

Tais representações consideram ideias relacionadas a segmentos orientados, relação de equipolência e classe de equivalência. Quanto a segmento orientado, definimos, de acordo com Mota; Marrocos (2014), como um segmento para o qual se determinou uma orientação para as suas extremidades. Se A e B são pontos que determinam um segmento e forem mencionados em uma ordem, de tal forma que um deles seja o ponto inicial do segmento e o outro o ponto terminal do segmento, então o referido segmento está orientado. Desta forma, “a notação de segmento orientado coloca em evidência o fato de $AB \neq BA$ [...]” (HEGENBERG, 1971, p. 40). Os segmentos

orientados possuem, assim, características específicas, tais como: comprimento, direção e sentido.

No conjunto de todos os segmentos orientados no espaço, é possível identificar aqueles que têm em comum o comprimento, a direção e o sentido.

A classe de equivalência do segmento orientado AB , isto é, o conjunto formado por todos os segmentos orientados equipolentes a AB , será indicada por AB . Os elementos de uma classe de equivalência são chamados representantes da classe, assim, o segmento orientado AB é um representante de AB . Uma propriedade importante da classe de equivalência, [...], é que duas classes de equivalência são iguais ou não se interceptam. Assim, $AB = CD$ se e somente se AB é equipolente a CD . (MOTA; MARROCOS, 2014, p. 17).

Mota; Marrocos (2014) definem, então, vetor como cada classe de equivalência determinada pela relação de equipolência.

CONCLUSÕES

Através dessa breve análise foi possível observar como o conceito vetor foi abordado. Inicialmente, buscando conexões já elaboradas pelo acadêmico, dado que esta disciplina se apresenta no 1º semestre dos cursos de engenharias e este estudante vem de uma conclusão do ensino médio. Levando em consideração as tratativas feitas neste período de formação acadêmica, o estudo iniciou por meio de provocações relacionadas a grandezas escalares chamando a participação do acadêmico para que este fosse capaz de produzir sentido e introduziu-se novas ferramentas cognitivas para a compreensão ao conceito vetor e as operações realizadas com vetores. Observou-se, ainda, que partindo desse ponto PP faz intervenções direcionadas encaminhando assim, os acadêmicos no desenvolvimento e construção de seu conhecimento em relação a este conceito fazendo as conexões necessárias a partir de demais conceitos já conhecidos. No Excerto 2 é possível indicar que na sequência foi abordado, a partir de questionamentos ideias relacionadas a grandezas vetoriais considerando suas características.

Nesse contexto, é observado que tudo que se pode medir é considerado uma grandeza como: temperatura, área, velocidade, massa, força, aceleração e energia são algumas de muitas outras existentes grandezas físicas. Essas grandezas são classificadas em grandezas escalares e grandezas vetoriais. As grandezas escalares são definidas apenas a partir da informação do seu valor numérico (módulo), seguido de uma unidade

de medida. Já, as grandezas vetoriais possuem além do (módulo) representado por um número, também a necessita de direção e sentido.

Ao dizer sobre a temperatura ambiente, PP demonstrou aos acadêmicos que com o valor numérico e a indicação da unidade de medida, a grandeza escalar é perfeitamente definida, e não foi necessário mais nenhum complemento. No entanto, ao indicar que uma força de 10 Newtons foi aplicada sobre um corpo qualquer, há necessidade de, também, indicar a direção de aplicação da força e o sentido para que assim seja possível a interpretação do que se diz, ou seja, temos aqui uma descrição de grandezas vetoriais, no contexto da geometria analítica, representadas pelo vetor.

A partir do questionando se seria possível determinar vetor somente com o segmento possibilita a colocação por parte de um dos acadêmicos, que tal representação pode se dar por meio de seta, seguindo assim para um aspecto importante a ser levado em consideração a abordagem do conceito vetor apresentado pelo segmento de reta orientado, dado que essas representações são baseadas em ideias relacionadas ao vetor sendo uma classe de equivalência determinada pela relação de equipolência.

REFERÊNCIAS

BATTISTI, Isabel Koltermann. Mediações na significação do conceito vetor com tratamento da geometria analítica em aulas de matemática. 2016. 249 f. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências) Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2016.

MOTA, C.; MARROCOS, M. *Introdução à álgebra geométrica*. Rio de Janeiro, RJ : SBM. 2014. (Minicurso Colóquio Norte 2014).

CONTADOR, P. R. M. *Matemática, uma breve história*. Vol. III. 5. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

HEGENBERG, L. *Matrizes, Vetores e Geometria analítica*. São Paulo: Zahar Editores, 1971.

Trabalho desenvolvido a partir das atividades desenvolvidas num Projeto de Pesquisa.

Expositor: Bolsista CNPQ, acadêmica do curso de graduação em Engenharia Elétrica, da UNIJUÍ.

Orientador: Professora Doutora do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUÍ.

Dados para contato:

Expositor: Estela Daiane S Machado; **e-mail:** esteladaiane2012@hotmail.com;

Professor Orientador: Isabel Koltermann Battisti; **e-mail:** isabel.battisti@unijui.edu.br;