

## **JOGANDO COM A PROBABILIDADE**

Categoria: Ensino Médio

Modalidade: Matemática Pura

**BRACHT, Valentina Steffens; SCHMAEDECKE, Pedro Pasqualetto;  
GOMES, Ruth Tressi Zanchet.**

**Instituição participante: Colégio Evangélico Augusto Pestana – Ijuí/RS.**

### **INTRODUÇÃO**

Esse projeto tem como objetivo introduzir, analisar e explorar os conceitos básicos de probabilidade estudados na segunda série do Ensino Médio, através de jogos e experimentos práticos. As atividades foram trabalhadas em uma turma de vinte e sete alunos da escola CEAP durante parte do primeiro trimestre desse ano letivo. Essas atividades possibilitaram a exploração de conceitos de probabilidade, nas quais os alunos foram convidados a questionar, conjecturar e criar respostas ou explicações para os problemas propostos.

A ideia desse projeto surgiu a partir de questionamentos e dúvidas levantados pelos alunos sobre o jogo da Mega-Sena. Nesse período, os alunos estavam resolvendo inúmeros exercícios de análise combinatória (conteúdo que já havia sido trabalhado) e perceberam que os cálculos de arranjos e combinações estavam relacionados com esse e outros jogos. A partir dessas constatações e curiosidades, o trabalho foi desenvolvido com o intuito de contemplar os conceitos básicos de probabilidade utilizando, inicialmente, o jogo da Mega-Sena e, posteriormente, experimentos práticos com dados, baralho, varetas e moedas em aula.

### **CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Sabemos que as atividades lúdicas sempre estiveram presentes nos processos de desenvolvimento cognitivo humano. Desde criança, somos estimulados através de brincadeiras e jogos e na fase adulta, tampouco nos distanciamos dessa prática.

Através dos jogos, o sujeito torna-se dinamizador e construtor do seu próprio conhecimento e do processo de aprendizagem, uma vez que esse tipo de atividade proporciona um grande envolvimento dos alunos. Atividades lúdicas como os jogos desempenham papel importante para a aquisição do conhecimento e de habilidades matemáticas, pois estimulam a imaginação e o raciocínio lógico e despertam a atenção e a concentração em aula (DAVID, 2007).

Tendo em vista a importância dos jogos no processo de ensino-aprendizagem, foi proposta uma experiência lúdica utilizando o jogo da Mega-Sena, a fim de introduzir o conteúdo de probabilidade.

Durante as aulas surgiram muitos questionamentos referentes a esse tipo de jogo. Alguns alunos questionavam sobre as “chances” de se acertar na mega-sena, outros sobre como o valor arrecadado é distribuído entre os premiados e ainda, que percentuais do total arrecadado são usados na premiação, entre outras dúvidas e curiosidades. Como o jogo da mega-sena é proibido para menores de 18 anos, foi proposta uma aposta durante a aula de Matemática como forma de introduzir o projeto.

Nesse período, aproximava-se o feriado de Páscoa. Então, surgiu a ideia, de premiar os alunos contemplados no jogo com doces, motivando-os assim para a atividade. Para fazer a aposta, foram utilizados cartões da mega-sena encontrados nas lotéricas e trazidos para a sala-de-aula pelo professor, conforme Figura 1 abaixo.

Figura 1-Cartão utilizado para o jogo da Mega-Sena.

**Informações importantes - MEGA-SENA**

**Como e quem pode apostar?**  
 Escolha de 6 a 15 números dentre os 60 disponíveis. Confira seu recibo no ato da aposta. Números maiores de 15 anos podem apostar, conforme Art. 61, inciso VI, da Lei 20.050/09.

**Quais são os preços das apostas?**  
 A aposta simples, de 6 números, custa R\$ 2,00. Para apostas com mais números, consulte no caixa lotérico ou no site da CAIXA (www.caixa.gov.br/loterias).

**A que prêmios estou concorrendo?**  
 O prêmio líquido corresponde a 48% da arrecadação, já computado o adicional destinado ao Ministério do Esporte. Deste valor, 35% são distribuídos aos acertadores de 6 números, 19% aos acertadores de 5 números e 19% aos acertadores de 4 números, 22% acumulam para os acertadores dos 6 números nos concursos de final zero de cinco e 9% acumulam para os acertadores dos 6 números da Mega da Virada. Não havendo acertador em qualquer faixa de premiação, os valores acumulam para o concurso seguinte, nas respectivas faixas.

**Qual a possibilidade que tenho de acertar?**  
 Para a aposta simples, as chances de acertar são: 1:23.232 (ganhar), 1:154.518 (quase) e 1:50.053.880 (sema). Para apostas múltiplas consulte o site da CAIXA (www.caixa.gov.br/loterias).

**Qual a destinação social dos recursos?**  
 Da arrecadação, já computados os 4,5% do Ministério do Esporte, são destinados 3% ao Fundo Nacional de Cultura, 1,7% ao Comitê Olímpico Brasileiro, 0,2% ao Comitê Paralímpico Brasileiro, 13,1% à Seguridade Social, 7,78% ao Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior (FIESG), 3,14% ao Fundo Previdenciário Nacional e 13,8% para o imposto de Renda.

**Qual o prazo para receber o prêmio?**  
 Até 90 dias contados, após a realização do sorteio. Ao final deste período, o prêmio prescreve e seu valor é repassado para o FIESG.

**Onde e quando são realizados os sorteios?**  
 Os sorteios, abertos ao público, são realizados no Cassino da Sorte - em diferentes municípios do país - no auditório da CAIXA, em Brasília, ou em estúdio de TV, nos dias previamente divulgados.

**O que é Surpresinha?**  
 O sistema escolhe, aleatoriamente, uma combinação de números para você, por meio do preenchimento do campo próprio no volante ou de sua solicitação direta ao atendente da lotérica.

**O que é Teimosinha?**  
 Sua aposta participa em mais de um concurso, por meio do preenchimento do campo próprio no volante ou de sua solicitação direta ao atendente da lotérica. Caso não haja marcação, sua aposta valerá para apenas um concurso.

**O que é BOLÃO CAIXA?**  
 O sistema divide suas apostas em no mínimo 2 e no máximo 100 recibo-cestas de igual valor e premiação, por meio do preenchimento do campo próprio no volante ou de sua solicitação direta ao atendente da lotérica. No caso de Bolão administrado pela Unidade Lotérica, poderá ser cobrada taxa de serviço de até 35% do valor da cota. Essa opção inviabiliza a realização de Termos Iniciais.

**MEGA-SENA - V. 07/2018**

**MEGA-SENA**

VOCÊ PODE JOGAR MARCANDO EM UM OU NOS DOIS QUADROS ABAIXO.

[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]

Para anular este jogo, marque ao lado: [ ]

[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]

Para anular este jogo, marque ao lado: [ ]

Assinale quantos números você está marcando neste jogo:  
 [6] [7] [8] [9] [10] [11] [12] [13] [14] [15]

**SURPRESINHA** - Aqui o sistema escolhe os números por você. Indique quantas apostas deseja fazer:  
 [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8]

**TEIMOSINHA** - Escolha em quantos concursos você quer participar com este mesmo jogo (não é válido para Bolão):  
 [2] [4] [8]

**BOLÃO** - Aqui você faz seu bolão de até 100 cotas. Assinale abaixo o nº de cotas:  
 [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [deixe]  
 [0] [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] Unidades  
 100: Cota inteira

Fonte: As autoras (2018)

Inicialmente, foi proposto aos alunos que, aquele que acertasse a mega-sena com uma aposta simples, ou seja, marcando seis dezenas dentre os sessenta números disponíveis,

ganharia o prêmio. Imediatamente, os alunos responderam que era quase impossível receber o prêmio, pois as “chances” de acertar os números eram remotas. Então, foi sugerido que, mesmo assim, fizessem suas apostas para, posteriormente, se fazer uma análise e discussão dos resultados.

As apostas de alguns alunos foram anotadas no quadro pelo professor de forma organizada, de maneira que todos pudessem observar os números e refletir sobre a pergunta: “Por que é tão difícil acertar a mega-sena?”

Com essa atividade, foram introduzidos os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Para isso, os alunos foram questionados através de várias perguntas, como por exemplo: “Quantos grupos de seis dezenas podem ser formados com as sessenta dezenas (números) do cartão?”, “Qual é a chance de um apostador acertar as seis dezenas sorteadas?”.

Essas e outras perguntas levaram os alunos a compreender e diferenciar os conceitos de espaço amostral e evento, além de identificar um experimento aleatório.

Para compreensão do cálculo da probabilidade utilizando a fórmula  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ , em que  $n(E)$  representa o número de elementos do evento  $E$ ,  $n(S)$  o número de elementos do espaço amostral  $S$  e  $P(E)$  a probabilidade de ocorrência do evento  $E$ , foi utilizado o verso do cartão da mega-sena (figura 1), em que consta a pergunta: “Qual a possibilidade que tenho de acertar?”.

De acordo com o cartão, para uma aposta mínima, as chances de acertar são 1:2 332 (quadra), 1:154 512 (quina) e 1:50 063 860 (sena). Esses dados foram analisados e discutidos pela turma e, num segundo momento, foram calculados e organizados com o auxílio do professor. O desenvolvimento dos cálculos está representado abaixo e os resultados encontrados, foram distribuídos conforme a Tabela 1.

### Cálculo da probabilidade de acertar a Sena

$$n(S) = C_{60,6} = \frac{60!}{6!(60-6)!} = \frac{60!}{6! \cdot 54!} = \frac{60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55 \cdot 54!}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 54!} = 50\,063\,860$$

$$n(E) = 1$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{50\,063\,860} \cong 0,000000019 \cong 0,000002\%$$

### Cálculo da probabilidade de acertar a Quina

$$n(S) = 50\,063\,860$$

$$n(E) = C_{6,5} \cdot C_{54,1} = \frac{6!}{5!(6-5)!} \cdot \frac{54!}{1!(54-1)!} = \frac{6 \cdot 5!}{5! \cdot 1!} \cdot \frac{54 \cdot 53!}{1! \cdot 53!} = 6 \cdot 54 = 324$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{324}{50\,063\,860} = \frac{1}{154\,518,0864} \cong 0,000006471 \cong 0,0006\%$$

### Cálculo da probabilidade de acertar a Quadra

$$n(S) = 50\ 063\ 860$$

$$n(E) = C_{6,4} \cdot C_{54,2} = \frac{6!}{4!(6-4)!} \cdot \frac{54!}{2!(54-2)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2!} \cdot \frac{54 \cdot 53 \cdot 52!}{2! \cdot 52!} = 15 \cdot 1431 = 21465$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{21\ 465}{50\ 063\ 860} = \frac{1}{2332,348474} \cong 0,00042875 \cong 0,04\%$$

**Tabela 1 - Valores referentes ao cálculo da probabilidade de acerto da sena, quina e quadra no jogo da mega-sena com uma aposta simples (seis dezenas entre os sessenta números do cartão).**

Jogo	N(E)	N(S)	P(E) (valores aproximados)	% (valores aproximados)
Sena	1	50 063 860	0,000000019	0,000002
Quina	1	154 518,0864	0,000006471	0,0006
Quadra	1	2332,3484	0,000428752	0,043

**Fonte: As autoras (2018)**

Os cálculos apresentados mostram que a probabilidade de acertar a sena no jogo da mega-sena é uma em 50 063 860, ou seja, aproximadamente 0,000002%. O espaço amostral nesse caso não são as sessenta dezenas da cartela, mas sim o número total de combinações de seis dezenas formadas com as sessenta dezenas disponíveis. Através desse cálculo, os alunos perceberam que o espaço amostral nem sempre representa a quantidade total de elementos de um conjunto, mas sim o número de agrupamentos que podem ser formados a partir do total de elementos desse conjunto, considerando-se um determinado número de elementos em cada grupo.

Segundo Paiva (2015), a multiplicação de probabilidades é um dos teoremas mais importantes da teoria das probabilidades. Sua importância reside na simplicidade do cálculo da probabilidade de acontecimentos sucessivos ou simultâneos, o qual é feito através do produto das probabilidades desses acontecimentos, considerados individualmente. A probabilidade de acertar a quina ou a quadra no jogo da mega-sena é calculada a partir desse teorema. O evento “acertar a quina”, significa que o apostador terá que acertar cinco em seis números apostados e errar um, que deve estar entre os cinquenta e quatro números restantes. Já, no evento “acertar a quadra”, ele terá que acertar quatro em seis números apostados e errar dois entre os cinquenta e quatro números restantes.

Durante a atividade surgiu o seguinte questionamento: apostar numa sena formada por seis números consecutivos, por exemplo, “1, 2, 3, 4, 5, 6”, tem a mesma probabilidade de acerto que apostar numa outra como “12, 25, 28, 33, 46, 52”?

O professor propôs, então, que os alunos se reunissem em pequenos grupos e discutissem sobre essa pergunta. Após a discussão, eles se reuniram num grande grupo e aos poucos foram expondo suas conclusões. Com a ajuda do professor foi concluído que a

probabilidade é a mesma para ambas as situações, desde que cada aposta seja feita numa só sena. Mas, por que temos a sensação de que a sena formada por números consecutivos nunca vai ser sorteada? Essa foi outra pergunta feita pelos alunos durante a discussão.

Foi concluído que essa sensação ocorre, talvez porque é muito mais provável ser sorteada uma sena que não tem números seguidos do que uma com seis números consecutivos. A probabilidade de ocorrer o evento A: ser sorteada sena com seis números consecutivos é menor que a probabilidade de ocorrer o evento B: ser sorteada sena que não tem números consecutivos. Isso acontece porque o evento A possui apenas 55 senas ( $\{1,2,3,4,5,6\}, \{2,3,4,5,6,7\}, \{3,4,5,6,7,8\}, \dots, \{55,56,57,58,59,60\}$ ).

Porém, ocorrer o evento A significa ocorrer uma das senas que compõem A e ocorrer o evento B significa ser sorteada uma das senas que compõem B. Quando escolhemos uma só sena para apostar, seja ela do evento A ou do evento B, a probabilidade de acerto é a mesma: 1 em 50 063 860.

Outra dúvida dos alunos diz respeito ao seguinte questionamento: se forem assinalados mais números num cartão, as chances de acertar a sena aumentam? Vimos que se, por exemplo, forem assinalados oito números, a quantidade de senas com as quais estamos concorrendo (evento) é calculada da seguinte forma:  $C_{8,6} = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ .

Então, a chance de acertar agora é de 28 em 50 063 860, ou seja, aumentam as chances, pois aumenta a quantidade de senas que podem ser sorteadas. Mas o que é melhor fazer: escolher oito números num cartão ou preencher 28 cartões com uma sena em cada um? Do ponto de vista matemático, a chance de acertar é a mesma nos dois casos e paga por essa aposta 28 vezes o que pagaríamos pela aposta de uma única sena.

Como ninguém acertou a mega-sena, foi proposta uma aposta marcando apenas um número do cartão dentre as sessenta dezenas e, posteriormente, realizado o cálculo da probabilidade para essa situação. A Figura 2 a seguir registra esse momento.

**Figura 2 – Alunos da 2ª série do CEAP realizando suas apostas.**



**Fonte: Os autores (2018)**

Os alunos constataram rapidamente que o espaço amostral, nesse caso, era diferente e que as chances de acertar a aposta aumentariam significativamente: 1 em 60. No primeiro sorteio já surgiu um ganhador que recebeu o prêmio (doces).

Além dessa atividade, os alunos foram convidados a realizar algumas atividades práticas, utilizando para isso materiais concretos como dados, varetas, moedas e baralhos. A turma foi dividida em pequenos grupos e cada grupo recebeu algumas atividades que estão apresentadas abaixo.

**Atividade 1:** Lançar simultaneamente duas moedas e determinar:

- a) O espaço amostral  $S$  e o número de elementos do espaço amostral  $n(S)$ .
- b) A probabilidade de ocorrer “cara” nas duas faces voltadas para cima.

**Atividade 2:** Lançar um dado e determinar:

- a) O espaço amostral  $S$  e o número de elementos do espaço amostral  $n(S)$ .
- b) A probabilidade de ocorrer na face voltada para cima um número par.
- c) A probabilidade da face voltada para cima ser o número 2.
- d) A probabilidade de ocorrer um número maior que 3 na face voltada para cima.

**Atividade 3:** Lançar dois dados simultaneamente e determinar:

- a) O espaço amostral  $S$  e o número de elementos do espaço amostral  $n(S)$ .
- b) A probabilidade de ocorrer o evento “dois números iguais” nas faces voltadas para cima.
- c) A probabilidade de ocorrer o evento “soma igual a 6” nas faces voltadas para cima.

**Atividade 4:** Considerando todas as varetas, determine:

- a) O número de elementos do espaço amostral.
- b) A probabilidade de ser retirada ao acaso uma vareta amarela.
- c) A probabilidade de retirar uma vareta preta.

**Atividade 5:** Considere um baralho de 52 cartas e calcule a probabilidade de extrairmos desse baralho:

- a) um ás;
- b) uma carta de paus;
- c) um rei (K)
- d) um valete (J)

**Figura 3 – Alunos da 2ª série do CEAP realizando atividades práticas de probabilidade.**



**Fonte: Os autores (2018)**

## CONCLUSÕES

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a probabilidade desenvolve no estudante formas particulares de pensamento e raciocínio, envolvendo fenômenos aleatórios, e certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico e a tomada de decisão. Além disso, ela é muito útil na sociedade, devido à necessidade que há dos indivíduos compreenderem as informações vinculadas, fazer previsões que influenciam suas vidas pessoais e em comunidade.

Ao associarmos o ensino da probabilidade ao jogo, percebemos que as aulas se tornaram mais prazerosas e os alunos conseguiram compreender conceitos matemáticos relacionando-os com experiências reais como o jogo da mega-sena.

O uso de jogos no ambiente de sala-de-aula constitui uma ferramenta bastante útil, uma vez que proporciona motivação para os alunos, bem como promove um aprendizado, socialização e desenvolvimento do raciocínio.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais, 1997. Disponível em:<<http://portal.mec.gov.br>>. Acesso em: 12 jul. 2018.

DAVID, José Carlos. **Matemática e jogos:** uma aplicação prática da probabilidade e teoria da contagem, 2007. Disponível em:<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br>>. Acesso em: 09 jul. 2018.

PAIVA, Manoel. **Matemática.** 3ed. São Paulo: Moderna, 2015. p. 422-443.

Trabalho desenvolvido com a turma da 2ª série, do Colégio Evangélico Augusto Pestana, pelos alunos: Ana Luiza Bertollo; Ana Luiza Carneiro Strey; Arthur Herter Liebich; Bárbara Dobbert Janke; Bernardo Peixoto Haas; Eduarda Kravczuk Knob Cezar; Eduarda Tonel Schröder; Gabriel Carvalho Ahmad; Gabriel da Silva Giaretta; Geórgia Portela Cardoso; Guilherme Beus Paim; Gustavo Fiorin Kudiess; Isa Gabriela Taborda Santos; João Pedro Groth dos Santos; Juliana Dick Casagrande; Larissa Maísa Zwick Wottrich; Laura Diel Boufleuer; Leonardo da Silva Bohrer; Louise Weiler Abreu; Luana Coppetti Queiroz; Lucas Guidolin; Nathan de Oliveira Penno; Paulo Afonso Sausen; Pedro Pasqualetto Schmaedecke; Rafael Henrique Lorscheider; Rafaella Noronha Garzella; Valentina Scherer Blass; Valentina Steffens Bracht.

### Dados para contato:

**Expositor:** Pedro Pasqualetto Schmaedecke; **e-mail:** pedroschmaedecke2604@gmail.com;

**Expositor:** Valentina Steffens Bracht; **e-mail:** val.sbracht@gmail.com;

**Professor Orientador:** Ruth Tressi Zanchet Gomes; **e-mail:** ruthzgomes@gmail.com.