



CRICTE 2017

XXVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia



AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO REFINAMENTO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS E DA GEOMETRIA DE VIGAS CURVAS NOS VALORES DE ESFORÇOS INTERNOS SOLICITANTES

Matheus Agustini

Acadêmico do curso de Engenharia Civil da Universidade do Vale do Itajaí
matheus-agustini@hotmail.com

Andriei José Beber

Professor do curso de Engenharia Civil da Universidade do Vale do Itajaí
andriei@univali.br

Resumo. A pesquisa foi desenvolvida para avaliar a influência do refinamento da malha de elementos finitos na determinação dos esforços internos solicitantes de vigas curvas, bem como conhecer a influência da geometria de vigas com essa característica no valor desses esforços. As vigas foram avaliadas pelo método dos elementos finitos, no software SAP2000[®]. Buscou-se variar as características das malhas de elementos finitos, modificando-se o espaçamento entre nós, número de nós e número de elementos. Foram analisadas vigas curvas de diferentes geometrias, a fim de determinar a sua influência nos valores de esforços internos solicitantes. Os resultados indicaram que vigas curvas devem ser discretizadas em elementos reticulados espaçados a cada 0,1°, para que apresentem melhor correlação com os valores de esforços internos solicitantes calculados analiticamente. Ainda, concluiu-se que a curvatura em vigas não apresenta influência sobre o valor de esforço cortante, apenas nos valores de momento fletor e momento torsor.

Palavras-chave: Vigas curvas. Elementos finitos. Esforços internos solicitantes.

1. INTRODUÇÃO

Diretamente relacionadas com o desenvolvimento econômico e social de um país, as pontes, como obras de infraestrutura, são de extrema importância no transporte e mobilidade de cargas, tais como produtos, veículos e pessoas.

Serdar e Folić [1] evidenciam que o projeto de pontes, localizadas em áreas de alta densidade urbana, estabelece requisitos específicos para a sua geometria, de forma que, para essas áreas, é estabelecida como prioridade fundamental a construção de estruturas que utilizem o menor espaço possível, uma vez que a mobilidade é avaliada como um grande problema nos centros urbanos.

Em algumas situações peculiares, as alternativas de projeto acabam atingindo alto grau de complexidade e execução, entrando em uma área da Engenharia Civil pouco disseminada. Têm-se, a exemplo disso, pontes com segmentos de níveis elevados, com grande esconsidade ou com curvaturas vertical ou horizontal.

Deng *et al.* [2] apontam que até um quarto das pontes em vigas nos Estados Unidos da América incorporam curvatura em seu projeto e, portanto, ter uma melhor compreensão do comportamento estrutural de pontes em vigas com geometria irregular,

torna-se cada vez mais necessário visto a crescente necessidade do uso dessas estruturas na transposição de obstáculos, principalmente em áreas de elevada habitação.

Diante desse contexto, tem-se como objetivo, avaliar a influência do refinamento da malha de elementos finitos na determinação dos esforços internos solicitantes de vigas com desenvolvimento curvo, bem como conhecer a influência da geometria de vigas com essa característica no valor desses esforços.

2. METODOLOGIA

2.1. Avaliação do refinamento da malha de elementos finitos

Na elaboração de um programa computacional para o dimensionamento de vigas com desenvolvimento curvo pelo método dos deslocamentos, Savi [3] indica que o refinamento da malha de elementos reticulados que compõem a estrutura curva, leva à maior aproximação dos valores de esforços internos solicitantes aos obtidos analiticamente pelas equações indicadas por Belluzzi [4] para vigas semicirculares biengastadas.

Deste modo, almejando-se obter uma aproximação considerada aceitável dos valores de esforços internos solicitantes entre o modelo analítico e os modelos numéricos, por meio do refinamento da malha de elementos, foram avaliadas vigas semicirculares, modeladas pelo método dos elementos finitos, no software SAP2000[®], e uma viga semicircular, cujos esforços internos solicitantes foram calculados a partir das equações de Belluzzi. Todas as vigas foram consideradas com de raio de curvatura (R) equivalente a 5,00 m, comprimento total (L) de 15,71 m e ângulo de abertura (ϕ) de 180°. Ainda, essas foram carregadas com 10,00 kN/m, uniformemente distribuídos por todo o elemento.

Ressalta-se que, as vigas modeladas no software SAP2000[®] apresentam as mesmas

características geométricas, vinculação de apoio e carregamento distribuído. Foi realizado, apenas, o refinamento da malha de elementos finitos, de tal modo que fosse possível constatar a rede de elementos que trouxesse uma aproximação considerada aceitável dos valores de esforços internos solicitantes aos do modelo analítico.

O Quadro 1 apresenta, em resumo, as características das malhas de elementos finitos desenvolvidas para as vigas semicirculares modeladas, variando-se o espaçamento entre nós, número de nós e número de elementos de barra reticulados.

Quadro 1. Malha de elementos finitos.

Viga	Espaçamento entre nós (°)	Número de nós	Número de elementos
1	10,0	19	18
2	5,0	37	36
3	1,0	181	180
4	0,5	361	360
5	0,1	1801	1800

2.2. Análise da influência da geometria nos valores de esforços internos solicitantes

A análise da influência da geometria nos esforços internos solicitantes de vigas com desenvolvimento curvo foi baseado no estudo desenvolvido por Jeon *et al.* [5]. Esses indicam que o aumento da curvatura em vigas implica em maior vulnerabilidade da estrutura, bem como indício de deformações e rotações mais elevadas.

Por conseguinte, foram avaliadas 36 vigas pelo método dos elementos finitos no software SAP2000[®]. Para tanto, seguiu-se o princípio de análise de Jeon *et al.*, estudando-se o efeito de seis diferentes relações L/R nos esforços internos solicitantes, onde 0,50, 1,00, 1,50, 2,00, 2,50, equivalem à, aproximadamente, 29, 57, 86, 115 e 143° como ângulo de abertura. Ainda, buscou-se verificar a influência do comprimento do elemento com desenvolvimento curvo nos esforços internos solicitantes da estrutura, modelando-se, para

cada curvatura, vigas de 10,00, 12,00, 14,00, 16,00, 18,00 e 20,00 m. Ressalta-se ainda que, avaliou-se, para cada comprimento, uma viga com relação L/R equivalente à zero, dessa forma, não dispondo de curvatura.

Integralmente, as vigas foram modeladas como uma estrutura biapoiada, carregada com 1,00 kN/m, uniformemente distribuído por todo o elemento.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Por meio da análise do refinamento da malha de elementos finitos na determinação dos esforços internos solicitantes de vigas com desenvolvimento curvo, constatou-se que nos modelos numéricos, os valores de esforços internos solicitantes, com exceção ao esforço cortante, apresentaram, para cada nó, uma descontinuidade. Ainda, foi avaliado que a descontinuidade dos valores nos nós diminuiu com o refinamento da malha de elementos finitos.

Na avaliação dos dados, foi realizada uma comparação direta dos valores de esforços internos solicitantes dos modelos numéricos com os valores de esforços internos solicitantes da viga calculada pelas equações de Belluzzi. A Tabela 1 apresenta o percentual de variação dos valores comparados.

Tabela 1. Percentual de variação máximo entre modelos numéricos e modelo analítico.

Viga	Esforço cortante (%)	Momento fletor (%)	Momento torsor (%)
1	0,13	46,12	212,19
2	0,03	22,34	101,89
3	0,00	4,33	19,69
4	0,00	2,15	9,80
5	0,00	0,43	3,69

Faz-se possível observar que os valores de esforço cortante, ainda que para a Viga 1, não apresentaram variação significativa, de modo que para esse esforço a viga semicircular com malha composta por apenas 10 elementos reticulados se mostra

satisfatória. Ainda, para o esforço cortante, os nós das cinco vigas avaliadas não apresentaram descontinuidade de valores.

Considerou-se como satisfatória uma variação de no máximo 5% entre os valores de momento fletor e momento torsor dos modelos numéricos e modelo analítico. Dessa forma, a malha da Viga 3, a qual discretiza a estrutura em 180 elementos de barra reticulados e nós espaçados a cada 1° é avaliada como aceitável para momento fletor, enquanto para momento torsor, apenas considerou-se como aceitável a malha da Viga 5, que discretiza a estrutura em 1800 elementos de barras reticulados espaçados a cada 0,1°.

Considerando-se agora, a influência da geometria nos valores de esforços internos solicitantes de vigas com desenvolvimento curvo, pode-se afirmar que a curvatura dos elementos não apresenta qualquer influência sobre o valor de esforço cortante, de modo que a sua grandeza é influenciada, exclusivamente, pelo comprimento da estrutura.

Por conseguinte, evidenciou-se a influência da curvatura dos elementos nos valores de momento fletor e momento torsor. Fez-se possível perceber a tendência de decréscimo do valor de momento fletor, diretamente associada ao aumento da curvatura em estruturas de comprimento equivalente. Ao mesmo tempo, verificou-se a propensão ao aumento do valor de momento torsor, para vigas de mesmo comprimento, aumentando-se a sua curvatura. Acredita-se, no caso das vigas estudadas neste trabalho, que o decréscimo e aumento, respectivamente, do momento fletor e momento torsor, estejam diretamente correlacionados.

Avaliou-se ainda, que a amplitude de variação do momento fletor e momento torsor, em razão da curvatura da estrutura, aumenta devido ao comprimento da viga analisada. A exemplo disso, tem-se que para as vigas de comprimento equivalente a 10,00 m, os valores de momento fletor variam entre, apenas, aproximadamente,

12,50 e 8,00 kN.m com aumento da curvatura, enquanto para as vigas de 20,00 m de comprimento, o mesmo esforço interno solicitante, varia entre, aproximadamente, 50,00 e 32,00 kN.m quando a curvatura é acrescida. Em resumo, conjuntamente ao aumento de duas vezes do comprimento das vigas, para as mesmas curvaturas avaliadas, tem-se o aumento de, aproximadamente, quatro vezes na amplitude de variação do momento fletor. O mesmo pode ser observado quando analisados os valores de momento torsor das vigas.

Verificou-se que com o aumento do comprimento das vigas com curvatura, há o aumento da excentricidade do centro das vigas em relação ao eixo entre os apoios. Efetuando-se uma comparação entre as vigas de mesma curvatura, variando-se o comprimento de 10,00 para 20,00 m, verifica-se que excentricidade aumenta quatro vezes. Dessa forma, conclui-se que o aumento do comprimento das vigas implica no aumento da excentricidade do centro da viga em relação ao eixo entre os apoios, e nessa proporção, há o aumento da amplitude de variação do momento fletor e momento torsor.

4. CONCLUSÃO

Conclui-se que as vigas com desenvolvimento curvo devem ser discretizadas em elementos de barras reticulados espaçados a cada $0,1^\circ$, de modo que apresentem melhor correlação com os valores de esforços internos solicitantes calculados analiticamente.

Ainda, é possível afirmar que a curvatura em vigas isostáticas não apresenta qualquer influência sobre o valor de esforço cortante, de modo que a sua grandeza é influenciada, exclusivamente, pelo comprimento da estrutura. No entanto, verificou-se que a curvatura dos elementos está associada ao decréscimo e aumento, respectivamente, do momento fletor e momento torsor.

Por fim, os resultados indicaram que o aumento da excentricidade do centro das vigas com curvatura, em relação ao eixo entre seus apoios, está diretamente associado ao aumento do comprimento da estrutura, que por sua vez, provoca o aumento da amplitude de variação do momento fletor e momento torsor, em razão da curvatura do elemento.

5. REFERÊNCIAS

- [1] N. Serdar and R. Folić, “Comparative analysis of modal responses for reinforced concrete (RC) straight and curved bridges,” *Procedia Engineering*, no. 156. 2016, pp. 403-410.
- [2] Y. Deng. *et al.*, “Behavior of curved and skewed bridges with integral abutments,” *Journal of construction steel research*, no. 109. 2015, pp. 115-136.
- [3] F. D. Savi, “Vigas curvas horizontais em concreto armado: elaboração de programa computacional,” Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013. 89 f.
- [4] O. Belluzzi, *Ciencia de la Construcción II*, Madrid, Aguilar S.A. de Ediciones, 1971.
- [5] J. Jeon. *et al.*, “Geometric parameters affecting seismic fragilities of curved multi-frame concrete box-girder bridges with integral abutments,” *Engineering Structures*, no. 122. 2016, pp. 121-143.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo foi realizado pelos autores para Trabalho de Iniciação Científica e Tecnológica, ainda em desenvolvimento, cujo objetivo é determinar o tipo de seção transversal mais adequado para as vigas principais de uma ponte em curva horizontal a partir do seu comportamento estrutural.