XXVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia

# COMPENSAÇÃO DE ERROS DE RELÓGIO EM CONVERSORES ANALÓGICO-DIGITAIS ENTRELAÇADOS

**Anderson de Lima Luiz**
Acadêmico do curso de engenharia elétrica da Universidade Federal do Paraná
anderson.limaluiz@gmail.com
**Ph. D Luis Henrique Assumpção Lolis**
Professor do curso de engenharia elétrica da Universidade Federal do Paraná
luis.lolis@eletrica.ufpr.br

***Resumo.*** *Pretende-se, ao longo desta pesquisa, eliminar a deriva de clock em ADCs entrelaçados, corroborando a teoria de reconstrução de sinais não uniformemente amostrados utilizando técnicas de filtragem de resposta ao impulso finita, assim como interpolação através de polinômios de Lagrange. Para validar o algoritmo, foram aplicados sinais de múltiplos tons. A métrica de desempenho utilizada para avaliar o algoritmo foi o SNR. O método utilizado para implementação do estudo foi realizado na plataforma virtual MATLAB®. Simulações com a plataforma virtual MATLAB® mostram o aumento da qualidade do sinal com a aplicação dos filtros de interpolação em até 59.91 dB para um erro de offset de 0.02. Possibilitando a construção de um ADC de 9 bits.*

***Palavras-chave:*** *ADC entrelaçado. Banco de filtros FIR. Clock skew.*

## 1. INTRODUÇÃO

No que concerne a conversão do sinal analógico para o digital, destaca-se a dificuldade de suprir simultaneamente velocidades elevadas e altas resoluções com baixo consumo e baixa superfície de silício. Os conversores analógico-digitais entrelaçados (*Time-Interleaved-Analog-to-Digital-Converters - TIADCs)* são uma alternativa para aplicação em dispositivos como uma proposta para resolução do problema do alto consumo para um grande desempenho. O desempenho do método mostra-se mais eficiente do que o uso individual de vários *ADCs* para manipulação de dados explicado por Murmann *et al.* [1], todavia três erros importantes se destacam no *TIADC*: erros de offset, ganho e deriva de *clock*. Dentre os erros presentes no *TIADC*, a deriva de *clock* é a que impacta mais em sinais que demandam uma precisão maior – dado que regiões onde as derivadas são maiores afetam muito a reconstrução do sinal. Propõe-se a utilização de filtros de resposta impulso finita (FIR) para corrigir a deriva de *clock* dos múltiplos conversores analógico-digitais e otimizar a reconstrução do sinal. Entre os principais aspectos estudados, destacam-se a teoria de reconstrução de sinais não uniformemente amostrados, o estudo da ferramenta de simulação MATLAB®, o desenvolvimento da plataforma de simulação para o teste dos filtros FIR, aplicação de erros de offset e deriva de *clock* e assim como a validação dos filtros a partir de sinais de múltiplos tons. Dentro dos testes iniciais, destaca-se a aplicação de diferentes janelas de reconstrução. As técnicas para a compensação de *clock* skew são baseadas na reconstrução de sinais não uniformemente amostrados, que conduziram o desenvolvimento dos filtros *FIR* de interpolação – Oppenheim *et al*.[2]. O estudo da reconstrução de sinais não-uniformemente amostrados foi conduzido para construção dos filtros FIR.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 – Funcionamento do *TIADC*

Como a proposta dos *TIADCs* é trabalhar com a multiplexação dos sinais dos *M* conversores, então a saída do mesmo será a soma de cada um dos sub-conversores:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{M-1} y_{i[n]} \quad (1)$$

A figura 1 mostra a como o sinal é multiplexado:

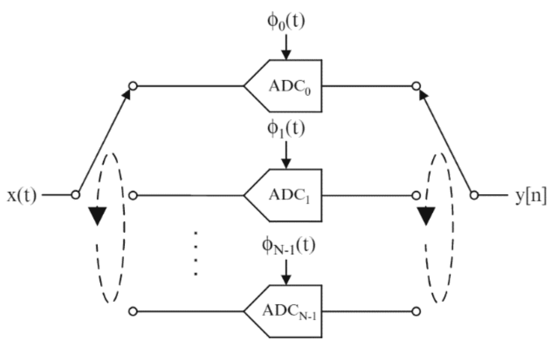


Figura 1 – Diagrama representando o funcionamento do TIADC.

No domínio da frequência, amostrado por funções *delta de Dirac* o sinal será descrito como:

$$Y_i(f) = X(f) * D_i(f) = \frac{1}{M}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{2\pi k}{M}i} \cdot X\left(f - \frac{k}{M}\right) \quad (2)$$

Devido a própria natureza do funcionamento do TIADC – pequenos erros no instante de aquisição do sinal analógico devido a pulsos de *clock* alocados podem distorcer bastante o sinal que se objetiva reproduzir. A equação que descreve o comportamento do sinal de saída considerando irregularidades no sinal de *clock* podem ser observadas a seguir:

$$Y_i(f) = \frac{1}{M}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{M-1} e^{-j\frac{2\pi k}{M}\tau_i} \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{M}i} \cdot X\left(f - \frac{k}{M}\right) \quad (3)$$

Onde $\tau_i$ corresponde ao tempo de atraso ao adiantamento tomando como referência o tempo para o funcionamento ideal.

### 2.2 Interpolação de Lagrange

A domínio analítico da amostragem não-uniforme é corroborada pela interpolação de Lagrange – a qual afirma que a interpolação pelo filtro *sinc* pode ser aproximada por um filtro *passa-baixas*, quando os conversores analógico-digitais estão uniformemente espaçados como segue na publicação de Oppenheim *et al*.[3]. É postulado que o sinal pode ser adequadamente amostrado pelo somatório do sinal amostrado em $t_n$ multiplicado por uma função de Lagrange:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(t_n)\frac{G(t)}{G'(t_n)(t-t_n)} \quad (4)$$

Onde $G(t)$ é denotado por

$$G(t) = (t - t_0)\prod_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty}\left(1 - \frac{t}{t_k}\right) \quad (5)$$

A interpolação utilizando a Eq. (4) é chamada interpolação de Lagrange. A transformada de Fourier do polinômio de Lagrange, é limitada em banda e forma uma sequência biortogonal a $e^{ft_n}$ entre $[\frac{-\pi}{T_N}, \frac{\pi}{T_N}]$, dado que pela Ref. [3]:

$$|t_n - nT_N| \leq d < \frac{T_N}{4}, \, para\, todo\, n \in Z \quad (6)$$

A amostragem periodicamente não uniforme pode ser vista como uma combinação de *N* sequências de amostras uniformes Logo," *nessa forma de amostragem, os pontos de amostragem são divididos em grupos de N pontos cada. Os grupos tem um período* *recorrente, que é denotado por T, que é igual a N vezes o período de Nyquist"* citado por Oppenheim *et al*. [4]". A equação (5) pode ser sumarizada como:

$$G(t) = t\prod_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty}\left(1-\frac{t}{nT}\right)\prod_{n=-\infty}^{\infty}\left(1-\frac{t}{nT+t_1}\right)\dots\prod_{n=-\infty}^{\infty}\left(1-\frac{t}{nT+t_{M-1}}\right) \quad (7)$$

Cada um dos produtórios convergem em uma função de senos correspondentes a

$$\frac{\sin(\pi(t-tp))}{T} \quad (8)$$

as quais podem ser provadas a partir da definição da função *sinc*, obtém-se:

$$sin\left(\frac{\pi(t-t_p)}{t}\right) = k(t-t_p)\prod_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty}\left(1-\frac{t-t_p}{nT}\right) \quad (9)$$

Derivando a expressão e usando a conhecida forma para amostragem não-uniforme de sinais encontra-se:

$$x_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{p=0}^{M-1} x_c(nT+t_p)\cdot\frac{a_p(-1)^{nM}\prod_{p=0}^{M-1} sin\left(\frac{\pi(t-t_p)}{T}\right)}{\frac{\pi(t-nT-t_p)}{T}} \quad (10)$$

Onde o coeficiente $a_p$ é:

$$a_p = \frac{1}{\prod_{\substack{q=-\infty \\ q\neq p}}^{\infty} sin\left(\frac{\pi(t_p-t_q)}{T}\right)} \quad (11)$$

## 2.3 Implementação dos filtros

Para converter o filtro de tempo contínuo para um filtro discreto aplicando a identidade de interpolação, é necessário trocar as ordens dos somatórios na equação da reconstrução:

$$f_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_c(kT+t_p)\cdot\frac{a_p(-1)^{kM}\prod_{q=0}^{M-1} sin\left(\frac{\pi(t_p-t_q)}{T}\right)}{\frac{\pi(t-kT-t_p)}{T}} \quad (12)$$

Reescrevendo a equação anterior como uma convolução e usando a relação:

$$sin(t-k\pi) = (-1)^k\, sin(t) \quad (13)$$

é possível obter o filtro:

$$h_p(t) = a_pT\cdot\frac{sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\pi t}\prod_{\substack{q=0 \\ q\neq p}}^{M-1} sin\left(\frac{\pi(t+t_p-t_q)}{T}\right) \quad (14)$$

## 2.4 Janelamento – Filtragem FIR

A técnica de *janelamento* consiste em truncar a resposta ao impulso do filtro em uma determinada janela de tempo. Esse processo pode ser a simples delimitação por uma janela retangular ou janelas que no domínio da frequência levam em consideração a informação presente no espectro lateral.

Por definição, o janelamento será:

$$h[n] = h_p[n].w[n] \quad (15)$$

Onde $w[n]$ é a janela e $h_p[n]$ é o filtro da Eq. (14).

# 3. SIMULAÇÕES E METODOLOGIA

O sinal periódico gerado para reconstrução é sumarizado na equação:

$$x(t) = sen(2\pi\, fc_1 t) + cos(2\pi\, fc_2 t) + cos(2\pi\, fc_3 t) \quad (16)$$

O sinal é periodicamente amostrado para obter os dados para reconstrução, e segundo os filtros e seus coeficientes são confeccionados a partir de (14) e (15). É necessário fazer a convolução do filtro pelos sinais amostrados para encontrar o sinal desejado. A reconstrução é feita com filtros contínuos e discretos para observar a diferença de desempenho. Para os mesmos fins de comparação, a reconstrução é realizada com e sem a compensação dos filtros. O *SNR* é calculado a partir da relação:

$$SNR = 10\cdot log_{10}\left(\frac{Amplitude\ do\ sinal\ sem\ erro^2}{Amplitude\ do\ sinal\ com\ erro^2}\right) \quad (17)$$

# 4. RESULTADOS

A figura 2 a seguir mostra o sinal gerado e reconstruído com filtros contínuos juntamente com os instantes de amostragem:

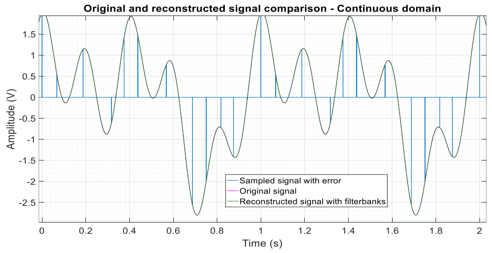

Figura 2 – Representação dos sinais reconstruído e original.

Na figura 2 é utilizado o erro de *offset* de 0.02 e as frequências da Eq. (16) foram 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz – respectivamente.

Os filtros utilizados na compensação dos erros de *clock skew* são expostos nas figuras abaixo (discretos).

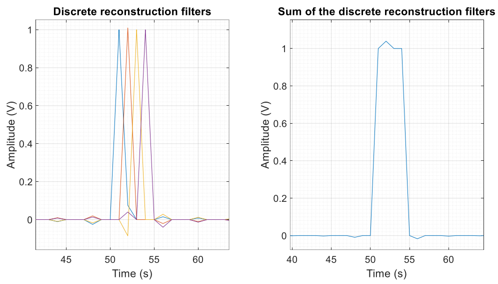


Figura 4 – Filtros discretos e sua soma

O sinal reconstruído discreto pode ser observado subsequentemente:

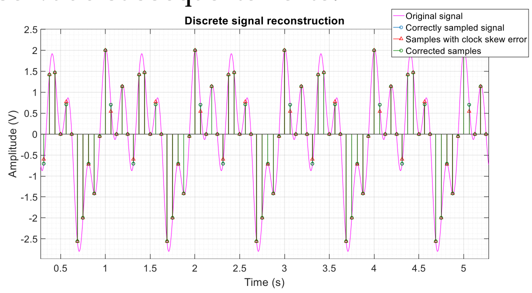


Figura 5 – Reconstrução do sinal discreto

A utilização da compensação dos filtros elevou o *SNR* de 27.8 dB para 59.9132 dB. A figura 6 mostra em preto a reconstrução do sinal sem a compensação e em amarelo com a mesma.

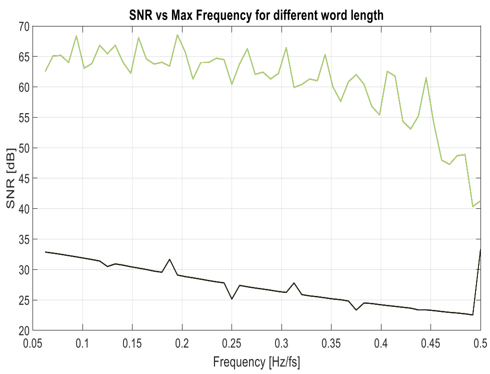


Figura 6 – Análise de *SNR*

O decaimento de *SNR* é justificado pela aproximação da frequência do sinal ao limite de *Nyquist*.

## 5. CONCLUSÃO

O método de compensação por banco de filtros eleva o *SNR* ao valor requerido para construção de um ADC de 9 bits para o erro de *offset* de 0.02. Quando erros menores são introduzidos o *SNR* aumenta significativamente. Para o erro de 0,005 – valor observado para aplicações padrões, Ref. [2]; o *SNR* sobe para 66.3010 dB, possibilitando a construção de um ADC de 11 bits.

## 6. AUTORIZAÇÕES \ RECONHECIMENTO

Este trabalho científico é reconhecido como uma iniciação tecnológica pela universidade federal do paraná (UFPR) – e autorizado para ampla divulgação.

O pesquisador faz parte do grupo *GICS* (*Group of Integrated Circuits and Systems*) do departamento de engenharia elétrica da UFPR, e este trabalho será reconhecido como uma das publicações do grupo.

## 3. REFERÊNCIAS

[1] El-Chammas, M.;Murmann, B. Background calibration of time-interleaved data converters.

[2] Oppenheim, A. V.;Schafer, R. W. Processamento em tempo discreto de sinais. 3. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

[3] Oppenheim, A.V.;Maymon, S. sinc interpolation of nonuniform samples.

[4] Eldar, Y. C.; Oppenheim, A. V. Filterbank reconstruction of bandlimited signals from nonuniform and generalized samples. IEEE Transactions on Signal Processing, vol 48, pp. 2864–2875, 2000.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Corroborou-se a teoria apresentada na Ref. [4] por meio da implementação dos filtros discretos em um sinal periódico. O trabalho segue no sentido de implementar o método e avaliação de desempenho em sinais modulados tipo *OFDM*.