



# CRICTE 2017

XXVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia



## MODELAGEM MATEMÁTICA DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS ATRAVÉS DE UM MODELO HÍBRIDO UTILIZANDO PERFIS DE DESCARGA ESTATISTICAMENTE DIFERENTES

**Odenis Alessi**

Mestrando do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI  
odenisalessi@hotmail.com

**Vanessa Pansera**

Mestranda do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI  
vpansera@hotmail.com

**Airam T. Z. R. Sausen**

Professora do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI  
airam@unijui.edu.br

**Paulo S. Sausen**

Professor do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da UNIJUI  
sausen@unijui.edu.br

**Resumo.** Baterias são comumente utilizadas como fonte de energia em dispositivos móveis. Assim, o estudo do comportamento dinâmico, a fim de prever o tempo de vida das mesmas, possibilita aos projetistas conhecerem previamente o desempenho da bateria. A modelagem matemática surge como alternativa na realização deste estudo, permitindo a simulação do processo de descarga a partir de diferentes modelos matemáticos. Dentre os tipos de modelos existentes, estão os modelos híbridos, constituídos pela união de pelo menos dois outros modelos diferentes. Neste sentido, realizou-se a modelagem matemática do tempo de vida de baterias, utilizando um modelo híbrido encontrado na literatura técnica. Além disto, através da aplicação de ferramentas estatísticas, foram utilizados dados estatisticamente diferentes entre si, evitando resultados tendenciosos. Estes dados são obtidos através de uma plataforma de testes. Assim, concluiu-se que o modelo híbrido utilizado possui bom nível de acurácia, apresentando resultados admissíveis pela literatura técnica.

**Palavras-chave:** Baterias. Modelo Híbrido. Modelagem Matemática.

### 1. INTRODUÇÃO

Diversos dispositivos eletrônicos móveis utilizam baterias como fonte de energia. Desta forma, são realizados diversos estudos acerca do comportamento dinâmico das baterias a fim de prever o seu tempo de vida. Isto possibilita aos projetistas de baterias conhecerem previamente o seu desempenho, auxiliando no desenvolvimento e aperfeiçoamento das mesmas. Uma das alternativas na realização deste estudo é a modelagem matemática, que através de diferentes modelos matemáticos simula o processo de descarga e auxilia na identificação de características importantes do mesmo. Conforme Freitas *et al.* [1], os modelos matemáticos podem ser classificados nas seguintes categorias: analíticos, eletroquímicos, estocásticos, elétricos, via identificação de sistemas e híbridos. Para a realização deste trabalho, utilizou-se o modelo híbrido proposto por

Zhang [2]. É válido salientar que um modelo se caracteriza como híbrido quando o mesmo é originado pela união de pelo menos dois outros modelos diferentes. Assim optou-se pelo modelo híbrido citado devido a sua baixa complexidade de aplicação, e por possuir em sua concepção modelos considerados acurados pela literatura técnica.

Desta forma, objetiva-se realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias através de um modelo híbrido utilizando dados estatisticamente diferentes entre si, garantindo assim, resultados não tendenciosos. Estes dados serão obtidos de uma plataforma de testes e utilizados para a estimação do parâmetro empírico da parte analítica do modelo como para a validação do mesmo. As simulações computacionais serão realizadas no *software* Matlab/Simulink.

O restante deste artigo está organizado como segue. Na Seção 2 é apresentado o modelo matemático utilizado na realização deste trabalho. Na Seção 3 é descrita a metodologia adotada na obtenção dos dados experimentais. Na Seção 4 faz-se a análise e discussão dos resultados obtidos. Por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões.

## 2. MODELO HÍBRIDO

O modelo híbrido de Zhan é constituído pela união do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I (tensão e corrente) de Chen e Rincón-Mora [3], com o modelo analítico de difusão de Rakhmatov e Vrudhula [4] (modelo RV). O modelo elétrico captura as características elétricas da bateria e o modelo analítico descreve os dois principais efeitos não lineares presentes no processo de descarga (i.e., efeito de recuperação e efeito da taxa de capacidade Ref. [4]).

O modelo híbrido abordado é formado por duas partes, a primeira é composta pelas equações do modelo RV e a segunda por componentes elétricos originários do modelo elétrico para Predizer Runtime e

Características V-I. Sua representação esquemática é mostrada a seguir:

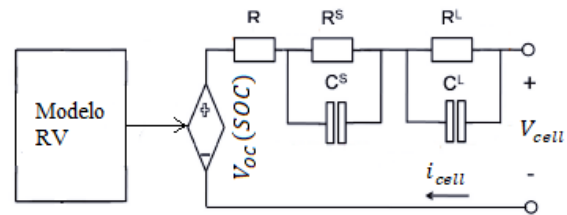


Figura 1: Esquema do modelo híbrido de Zhan [2].

onde:  $V_{OC}(SOC)$  é a relação entre a tensão do circuito aberto  $V_{OC}$  com o estado da carga SOC,  $R$  são resistências em série responsáveis por representar a descarga da bateria,  $R^S$  e  $R^L$  são resistências que representam as respostas de curta e longa duração,  $C^S$  e  $C^L$  são os capacitores que representam as respostas de curta e longa duração, e  $V_{cell}$  e  $i_{cell}$  são a tensão e a corrente de descarga da bateria, respectivamente.

Desta maneira, o SOC é dado por:

$$SOC(t) = SOC_{initial} - \frac{1}{C_{max}} \left[ \int i_{cell}(t) dt + C_{unavailable}(t) \right], \quad (1)$$

onde:  $SOC_{initial}$  é o SOC estimado antes de iniciar a descarga,  $C_{max}$  é a capacidade nominal da bateria, e  $C_{unavailable}(t)$  é a capacidade indisponível da bateria que é encontrada a partir da equação proveniente do modelo analítico. Desta forma:

$$C_{unavailable}(t) = 2I \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 L}}{\beta^2 n^2 L}, \quad (2)$$

onde:  $I$  é um perfil de descarga constante,  $L$  é o tempo de vida da bateria, e  $\beta$  é o parâmetro empírico que esta relacionado ao comportamento não linear da bateria.

A tensão do modelo é expressa por:

$$V_{cell}(t) = V_{OC}[SOC(t)] - i_{cell}(t) \cdot R - V_{transient}(t), \quad (3)$$

onde:  $V_{cell}(t)$  é a tensão,  $V_{OC}[SOC(t)]$  é a tensão do circuito aberto,  $R$  são as resistências em séries, e  $V_{transient}(t)$  é a tensão transiente.

### 3. METODOLOGIA

Os dados experimentais foram obtidos a partir de uma plataforma de testes desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Foram utilizadas oito baterias novas do tipo Lítio Íon Polímero (Li-Po), na qual para a realização dos testes utilizou-se correntes de descarga constantes. Após a obtenção dos dados, considerou-se a metodologia adotada por Ref. [1], onde aplicou-se a Análise de Variância (Anova), a fim de verificar a diferença entre, no mínimo, dois perfis de descargas. Verificada a existência desta diferença, aplicou-se o Teste Tukey, visando observar quais perfis de descarga eram iguais e diferentes estatisticamente. Após, obteve-se a Tabela 1, onde é possível perceber a forma como as médias estão agrupadas, recebendo as mesmas letras as médias que são iguais estatisticamente.

Tabela 1. Resultado do Teste Tukey para perfis de descarga constantes

Corrente (mA)	Média (min)	Agrupamento
50	940,37	a
75	606,94	b
100	465,98	c
125	384,76	d
150	304,10	e
175	272,23	f
200	227,99	g
225	203,49	h
250	184,01	hi
275	165,17	ij
300	149,47	jk
325	141,29	kl
350	130,47	klm
375	123,11	lmn
400	114,59	mno
425	108,38	mno

450	100,91	nopq
475	94,26	opqr
500	90,58	pqrs
525	86,20	pqrst
550	81,69	qrst
575	77,84	rstuv
600	74,69	rstuvw
625	71,33	stuvw
650	68,41	stuvw
675	65,97	tuvw
700	63,51	tuvw
725	60,69	uvw
750	58,68	vw
775	56,63	vw
800	54,64	w

Assim, a partir das informações provenientes da Tabela 1, foram escolhidos os perfis 50 mA, 150 mA, 325 mA e 675 mA para a estimação dos parâmetros da parte analítica do modelo híbrido, e os perfis 75 mA, 100mA, 125mA, 175 mA, 200 mA, 225 mA, 275 mA, 400mA e 500 mA para a validação do modelo híbrido. A estimação dos parâmetros é realizada a partir da utilização do Método dos Mínimos Quadrados não linear no *software* Matlab, os parâmetros da parte elétrica do modelo híbrido serão obtidos do trabalho desenvolvido por Wottrich [5].

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando a metodologia citada anteriormente, encontrou-se o seguinte valor para o parâmetro da parte analítica do modelo híbrido:  $\beta=3,2547$ . Os valores dos parâmetros da parte elétrica, obtidos do trabalho de Ref. [5], são mostrados a seguir:

Tabela 2: Parâmetros da parte elétrica do modelo.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$a_0$	-1,0931	$c_2$	0,0721
$a_1$	23,8482	$d_0$	-455,185
$a_2$	3,7037	$d_1$	9,4617
$a_3$	0,0808	$d_2$	548,3854
$a_4$	0,2980	$e_0$	0,3325
$a_5$	0,1428	$e_1$	4,2892
$b_0$	1,0632	$e_2$	0,0146

$b_1$	41,0174	$f_0$	-2342,05
$b_2$	0,3169	$f_1$	6,3571
$c_0$	0,5927	$f_2$	3036,08
$c_1$	18,7453		

Determinados os parâmetros empíricos são realizadas as simulações computacionais para a validação do modelo, considerando dados estatisticamente diferentes, encontram-se os seguintes erros para cada perfil de descarga:

Tabela 3: Erros percentuais para o modelo híbrido.

Perfil (mA)	$TV_{med}$	$TV_{sim}$	Erro
75	606,94	633,57	4,39
100	465,98	474,20	1,76
125	384,76	378,62	1,60
175	272,23	369,40	1,04
200	227,99	236,30	3,64
225	203,49	206,77	1,61
275	165,17	170,22	3,06
400	114,59	116,03	1,26
500	90,58	92,22	1,81

onde:  $TV_{sim}$  é o tempo de vida simulado para cada perfil e  $TV_{med}$  é o tempo médio experimental correspondente. Utilizando os valores dos erros apresentados na Tabela 3, é realizada a média aritmética destes, encontrando como resultado o valor de 2,24% que indica o erro médio do modelo híbrido. Este valor caracteriza o modelo híbrido utilizado como acurado, pois está incluso na margem de erro estatisticamente aceita pela literatura técnica Ref. [3].

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das análises realizadas é possível concluir que o modelo híbrido proposto por Zhang apresentou um bom nível de acurácia, comprovando ser uma boa alternativa na modelagem matemática do tempo de vida de baterias. Além disto, destaca-se a importância do uso de perfis de descarga estatisticamente diferentes, garantindo resultados não tendenciosos. Para trabalhos futuros, pode-se realizar uma comparação entre o modelo híbrido utilizado

neste trabalho, com os demais modelos híbridos encontrados na literatura técnica.

## 6. REFERÊNCIAS

- [1] D.J.B Freitas et al., “Identificação de sistemas aplicada à predição do tempo de vida de baterias de Li-Po utilizadas em dispositivos móveis,” Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics. No prelo. 2017.
- [2] J. Zhang, et al., “An enhanced circuit-based model for single-cell battery,” Applied Power Electronics Conference and Exposition, Feb. 2010.
- [3] M. Chen and G. A. Rincón-Mora, “Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance,” IEEE Transactions on Energy Conversion, jun. 2006. p. 504-511. DOI: 10.1109/TEC.2006.874229.
- [4] R. Rao; S. Vrudhula and D. N, Rakhmatov, “Battery modeling for energy-aware system design,” IEEE Computer Society, dez. 2003, p. 77-87. DOI: 10.1109/MC.2003.1250886
- [5] S. C. Wottrich, Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero a partir do modelo elétrico para predizer runtime e características v-i. 2017, Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Curso de Pós Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2017.